

RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 15 giugno 1913.

F. D' OVIDIO Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica solare. — Relazioni tra i diversi fenomeni dell'attività solare. Nota del Socio A. Riccò.

Durante i tre ultimi cicli dell'attività solare, cioè durante 30 anni e più di osservazioni quotidiane solari, dirette e spettroscopiche, eseguite prima all'Osservatorio di Palermo, poi in quello di Catania, da me o sotto la mia direzione, alle quali si sono aggiunte dal 1907 in poi le osservazioni fatte collo spettroeliografo, ho pensato spesso alle relazioni esistenti tra i diversi fenomeni solari; e recentemente essendosi scoperti mediante il predetto strumento, che fornisce fotografie assolutamente monocromatiche, altri fatti interessantissimi, mi sono provato (¹) a stabilire i loro rapporti coi fenomeni solari prima noti, ed ora ho cercato di precisare le relazioni esistenti fra tutti i fenomeni dell'attività solare conosciuti finora.

Ho fatto questo compulsando le prime ed importantissime osservazioni e gli studi degli autori italiani, come Secchi, Respighi, Tacchini, Lorenzoni, Mascari, ecc., e poi lavori ed osservazioni di molti autori esteri, eseguiti generalmente con mezzi più potenti e più moderni dei nostri. Così colla mia non breve esperienza personale e collo studio di quanto hanno fatto gli altri mi sono proposto di mettere in luce l'accordo dei risultati e di eliminare le eventuali apparenti contraddizioni, affinchè riescano evidenti e siano assodati almeno i rapporti tra i fatti conosciuti; cosa tanto più necessaria, in quanto

(¹) Comptes Rendus, tom. 155, pag. 496, 2 settembre 1912.

che vi sono pur troppo ancora molti altri fatti nella fisica solare che per noi restano ancora quali segreti impenetrabili.

Macchie e facole. — È ammessa da tutti l'intima relazione tra questi due fenomeni solari: le facole spesso contornano ed accompagnano le macchie, sono più intense, estese e frequenti nelle zone delle macchie, ove, come risulta dalle loro posizioni osservate visualmente ogni giorno presso gli orli solari, ed anche come più evidentemente si ottiene colla fotografia, formano due zone quasi continue, quantunque nella osservazione visuale non si possano vedere bene fino alla parte centrale del disco solare. Le zone di massima frequenza delle facole coincidono con quelle delle macchie e si spostano come esse nel ciclo undecennale, come ha dimostrato Mascari con le osservazioni fatte a Roma (C. R.) dal 1879 al 1900⁽¹⁾. Alcune facole si osservano fino nelle regioni polari, anche nelle epoche di minimo, quando mancano nelle regioni delle macchie, ma le facole polari sono sempre rare, piccole, deboli, e forse hanno una origine diversa dalle altre.

Macchie e protuberanze. — Respighi⁽²⁾ con estesi ed appositi studî ha dimostrato che ordinariamente sulle macchie la cromosfera è depressa, e che le protuberanze non si sviluppano sulle macchie propriamente, ma attorno ad esse: ciò è confermato da Young⁽³⁾ ed è d'accordo con quanto ha dimostrato recentemente Mrs. M. A. Evershed con una serie di belle fotografie spettroeliografiche fatte all'Osservatorio di Kodai-Kânal (India): cioè, che presso certe macchie attive si formano protuberanze *divergenti* tutto attorno ad esse macchie⁽⁴⁾.

Si deve poi assolutamente distinguere le protuberanze metalliche, eruttive dalle idrogeniche, quiescenti. Le prime appariscono spesso nel periodo di formazione ed in generale di attività singolare delle macchie: hanno sede nelle zone delle macchie, ed evidentemente hanno intima relazione fisica con esse. Invece le protuberanze idrogeniche appariscono a tutte le latitudini, anche sui poli solari; hanno sedi e zone di maggiore frequenza diverse da quelle delle macchie, poichè generalmente oltre al massimo di frequenza principale e più persistente nelle due zone delle macchie, ne hanno un altro a latitudini più alte in entrambi gli emisferi: e ciò specialmente nelle epoche di maggiore attività. Durante il ciclo undecennale le zone di massimo delle protuberanze si spostano, come io ho dimostrato⁽⁵⁾, con legge diversa da quella che seguono le macchie. Evidentemente, le protuberanze idrogeniche non hanno relazione intima colle macchie: solamente partecipano come esse al ciclo generale undecennale dell'attività solare.

⁽¹⁾ Memorie della Società degli Spettronopisti italiani, vol. XXXIII, pag. 45.

⁽²⁾ Reale Acc. dei Lincei, serie 3^a, vol. I. Seduta del 3 giugno 1877.

⁽³⁾ The Sun, 1^a ediz., pag. 201.

⁽⁴⁾ Monthly, Notices, vol. LXXIII, april 1913, pag. 422.

⁽⁵⁾ Comptes Rendus, 3 agosto 1891. Tom. CXIII, pag. 255.

Respighi⁽¹⁾ giustamente faceva notare che il fenomeno delle protuberanze è più esteso sulla superficie del sole e più grandioso e quindi più importante di quello delle macchie e delle facole; inoltre essendo di carattere decisamente eruttivo, si presta meglio allo studio della fisica del sole, che non il fenomeno delle facole e delle macchie, il cui meccanismo è ignoto. Ciò è vero anche attualmente.

Macchie e flocculi lucidi. — I flocculi lucidi (che si ottengono collo spettroeliografo, fotografando il sole colla luce semplice delle righe H o K del calcio o colla riga H_α (C) dell'idrogeno), circondano ed accompagnano le macchie, come fanno le facole, e generalmente sono contenuti nella zona delle macchie; radi e piccoli appaiono oltre le dette zone: ciò è evidente nelle belle fotografie spettroeliografiche dell'Osservatorio di Meudon, nelle nostre dell'Osservatorio di Catania, ed in quante altre ho potuto esaminare. Talora flocculi lucidissimi appaiono anche sul nucleo delle macchie. Vi è dunque una intima relazione fra questi due fenomeni solari.

Macchie e flocculi o filamenti oscuri. — I flocculi oscuri (detti anche filamenti ed allineamenti, secondo Deslandres) si ottengono collo spettroeliografo, valendosi della luce della parte centrale, oscura delle righe H o K, oppure anche della riga H_α. Hanno generalmente sul sole sedi affatto differenti da quelle delle macchie: infatti i flocculi o filamenti oscuri si sviluppano a tutte le latitudini eliografiche, e non mostrano relazione di posizione colle macchie; anche Royds dice che i flocculi oscuri comunemente non sono associati colle macchie solari⁽²⁾; inoltre secondo Deslandres nelle macchie vi è moto discendente, mentre nei filamenti oscuri vi è moto ascendente. Però i filamenti partecipano essi pure al ciclo undecennale corrispondentemente alle macchie solari. E. Hale⁽³⁾ ha osservato che alcuni flocculi oscuri, lunghi (*dark long flocculi*) talora vengono come assorbiti dalle macchie e pare vi penetrino entro al nucleo. Certamente questi flocculi oscuri sono dovuti alle protuberanze eruttive che accompagnano le macchie attive.

Macchie e corona solare. — Finora l'osservazione della corona non è possibile che durante le eclissi totali di sole; pure Young⁽⁴⁾ aveva già notato che nelle epoche di minimo di macchie la corona era sviluppata soltanto nelle regioni equatoriali, e che era pressochè circolare e più estesa sulle regioni delle macchie nelle epoche di massima attività solare. Ciò è stato poi confermato sempre più al crescere delle osservazioni di eclissi e delle fotografie ottenute della corona. Hansky⁽⁵⁾ avendo raccolto molti disegni e fotografie della corona, fatti nelle diverse eclissi, riuscì a far ve-

⁽¹⁾ Reale Acc. dei Lincei, serie 4*, vol. I. Seduta del 15 giugno 1884.

⁽²⁾ Monthly, *Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. LXXI, 725.

⁽³⁾ Astroph. Journal, vol. XXVIII, pag. 109.

⁽⁴⁾ The Sun, pag. 256.

⁽⁵⁾ Bull. d. Acc. d. Sciences de St. Petersbourg, 5^e sér., tom. VI, pag. 270.

dero chiaramente che la corona solare varia di forma e sviluppo secondo la fase della attività solare in cui fu osservata. All'epoca del minimo, quando la formazione delle macchie è ridotta in una stretta zona equatoriale, la corona è semplicemente formata (oltre che dalle *aigrettes* polari, molto sviluppate), da due ali o pennacchi equatoriali. Nelle epoche di massima attività, in cui le macchie si formano a tutte le latitudini, entro le così dette *zone reali* e gli altri fenomeni si estendono maggiormente su tutta la sfera solare, la corona ha forma *stellare*, poichè i pennacchi si sviluppano a tutte le latitudini: e invece non si distinguono le *aigrettes* polari. Nelle epoche intermedie fra i massimi ed i minimi dell'attività solare la corona ha struttura intermedia alle due predette e le *aigrettes* polari sono poco sviluppate.

Facole e protuberanze. — Il compianto ing. A. Mascari, quando era addetto all'Osservatorio di Catania, ha fatto nel 1902 appositi studi⁽¹⁾ per vedere se queste due categorie di fenomeni abbiano o no intima relazione tra loro; e la conclusione è stata che non ne hanno.

Infatti essi occupano sedi diverse sul sole: le zone della massima frequenza delle facole (prescindendo dalla maggiore o minore estensione) hanno sede stabile entro le *zone reali* durante tutto il ciclo undecennale; invece le protuberanze hanno massimi secondari oltre le zone delle macchie e delle facole. Inoltre talora si osservano grandi protuberanze nelle regioni polari del sole: se vi corrispondessero delle facole importanti, si dovrebbero vedere facilmente per essere vicine all'orlo, cioè nella condizione migliore per la loro visibilità: mentre ciò non ha mai luogo, perchè le facole delle regioni polari sono sempre piccole e deboli.

Nelle epoche di minimo, quando le facole mancano per lunghi periodi di tempo, nulla di meno si hanno spesso alcune protuberanze quotidiane. Di più le zone della massima frequenza delle protuberanze si spostano largamente secondo una legge, come si è detto, differente da quella di Spörer per le macchie.

Raramente le facole coincidono precisamente con le protuberanze, ed a grandi ed estese e persistenti protuberanze il Mascari non ha trovato coincidere delle facole. Sembra anzi che vi sia una specie di opposizione nelle sedi dei due fenomeni sul sole, come ha notato anche Fényi⁽²⁾. Del resto, tale mancanza di relazione di posizione tra facole e protuberanze è evidentissima nelle *Carte eliografiche* di Wolfer; nelle quali si vede pure che talvolta vi sono delle zone polari di facole piccole, ma che però non sono mai accompagnate da protuberanze. Wolfer poi dice che vi sono nel sole grandi ammassi di facole senza protuberanze, e grandi ammassi di protuberanze senza facole; che le facole sono più costanti e più lungamente persistenti che le protube-

(1) Memorie, ecc., vol. XXXI, pag. 223.

(2) Astr. Nach., vol. 140, pag. 300.

ranze; e conclude che non vi è intima relazione tra facole e protuberanze, e tanto meno poi identità dei due fenomeni⁽¹⁾.

Le facole sono costituite da ramificazioni luminose, estese in ogni direzione, invece le protuberanze per lo più sono disposte in file sviluppate secondo una certa direzione, come io ho dimostrato⁽²⁾.

Hale⁽³⁾ negava che le facole sieno le protuberanze viste sul disco. Già Respighi nel 1875⁽⁴⁾ escludeva pure che facole e protuberanze siano la stessa cosa, e diceva che le protuberanze ordinariamente sorgono, non sulle facole, ma sul loro contorno.

Secchi (quantunque dicesse che generalmente facole e protuberanze vanno assieme) ammetteva che spesso si hanno facole senza protuberanze, e protuberanze senza facole⁽⁵⁾; e concludeva che per allora (1876) bisognava contentarsi di un accordo generale; il che vuol dire che non aveva potuto dimostrare completamente l'asserita coincidenza dei due fenomeni.

Facole e flocculi lucidi. — Vi è una perfetta coincidenza di posizione, in quanto che tanto le facole più importanti, che i flocculi lucidi più grandi, appariscono esattamente limitati nelle zone delle macchie; e le facole ed i flocculi lucidi minori appariscono a tutte le latitudini; ed in generale alle facole più lucide e più grandi corrispondono flocculi più lucidi e più grandi.

Deslandres avrebbe rilevato che i flocculi lucidi sono in accordo generale colle facole per la forma, ma non coincidono e sono più estesi delle facole. Ciò è ben possibile poichè le facole si vedono tanto più sviluppate e distinte quanto più i mezzi strumentali, l'oscurità dell'ambiente, la purezza del cielo sono favorevoli alla osservazione del fenomeno. E infatti, nelle eliofotografie, come è noto, le facole si vedono più sviluppate verso il centro del disco solare, che non nella osservazione diretta visuale: ed è lecito pensare che nelle fotografie spettroeliografiche la visibilità e l'apparente estensione delle facole risulti maggiore, perchè collo spettroeliografo viene di molto ridotto l'effetto dannoso alla visibilità degli oggetti solari, causato dalla gran luce della fotosfera, dalla luce diffusa negli strumenti e da quella diffusa dalla nostra atmosfera: le quali luci vengono divise, attenuate dalla forte dispersione dello spettroeliografo: la quale dispersione invece non divide non diminuisce la luce semplice della riga lucida, H o K, con cui si fa la fotografia spettroeliografica delle facole. Cosicchè la differenza notata da Deslandres molto probabilmente dipende soltanto dal diverso modo di osservazione.

(1) Publicationen der Sternwante des Eid. Polytechnicum zu Zürich, vol. III, pag. xi.

(2) Comptes Rendus, Tom. 155, p. 496.

(3) Knowledge, genn. 1894.

(4) R. Acc. dei Lincei, Sessione V, aprile 1876, pag. 7, e vol. I, 15 giugno 1884.

(5) Le Soleil, parte 2^a, pag. 180.

Deslandres, poi, colle interessantissime fotografie fatte col suo *spettrogrado della velocità* fa vedere che l'inversione delle righe H e K ha luogo tanto al di qua che al di là dell'orlo solare: cioè tanto sui flocculi lucidi, come sulla cromosfera, e ne conclude che come le righe lucide H e K danno fuori dell'orlo l'immagine della cromosfera e delle protuberanze, così anche sul disco danno nei flocculi lucidi l'immagine della cromosfera e delle protuberanze, come se la fotosfera fosse tolta. Abbiamo dunque una incertezza grave nella interpretazione delle immagini lucide sul disco solare date dallo spettroeliografo: sono facole come direbbe il loro aspetto, o sono protuberanze, come ritiene Deslandres? Noteremo che Deslandres stesso ne riconobbe già l'analogia colle facole, poichè le chiamò *flammes faculaires* o *regions faculaires*, ritenendo che fossero fiamme che si elevano al di sopra delle facole, e che costituirebbero la cromosfera e le protuberanze. Ma abbiamo già visto che le facole non coincidono affatto colle protuberanze, e vedremo poi che queste non coincidono coi flocculi lucidi, ma bensì coi flocculi o filamenti oscuri, i quali hanno tutt'altra forma e posizione che non i lucidi.

Anche Hale ammise la relazione dei flocculi colle facole, poichè da prima chiamò il loro insieme *réseau faculaire*, e poi dopo, per il loro aspetto, diede ad essi il nome di flocculi, che non implica alcuna relazione cogli altri fenomeni solari, ma non l'esclude.

E in fine noteremo che l'osservazione importante di Deslandres che tanto sul disco che oltre l'orlo si ha l'inversione delle righe H e K, a rigore dimostra soltanto che i vapori incandescenti del calcio invadono non solo i flocculi lucidi (ossia le facole), ma ancora la cromosfera e le protuberanze; come del resto è noto e riconosciuto da tutti; ma non prova necessariamente che le facole ed i flocculi lucidi osservati sul disco solare siano la stessa cosa come le protuberanze osservate all'orlo, quando queste per la rotazione solare vengono a trovarsi sul disco. Anche Fényi nega questo⁽¹⁾ e dice (d'accordo con altri) che le facole e le protuberanze contengono in comune bensì il calcio ed altre sostanze, ma le prime sono discendenti e le seconde ascendenti, e perciò sono due fenomeni diversi.

Facole e flocculi oscuri o filamenti. — Non coincidono affatto. Deslandres ha dimostrato che i filamenti per lo più contornano le regioni delle facole; ed inoltre che nelle facole vi è moto discendente, mentre nei filamenti vi è moto ascendente; quindi non si ha relazione intima fra i due fenomeni solari.

Flocculi oscuri, poi, anche importanti, si osservano a tutte le latitudini, mentre i flocculi lucidi e le facole importanti sono limitati nelle zone delle macchie.

(1) Astr. Nach., vol. 140, pag. 300.

Protuberanze e flocculi lucidi. — Talora, specialmente nelle zone delle macchie, i flocculi lucidi si protendono oltre l'orlo solare in coincidenza a protuberanze lucidissime, eruttive, ma non mai in coincidenza a protuberanze idrogeniche, come ha detto pure Hale (¹).

Le protuberanze idrogeniche si sviluppano anche oltre le zone delle macchie e dei grandi flocculi lucidi e raramente coincidono con questi; nelle tavole del vol. IV di Mendon si osserva una decina di protuberanze, riuscite in fotografia insieme ai flocculi; ora di queste nessuna coincide con flocculi lucidi: una sola protuberanza sta accanto ad un gruppo di flocculi lucidi (tav. 30, casella I), al limite della zona delle macchie. Inoltre, secondo Deslandres, nei flocculi lucidi vi è moto discendente, mentre nelle protuberanze vi è moto ascendente. Non vi è dunque relazione generale di posizione, nè altra intima fra questi due fenomeni solari.

Protuberanze e flocculi o filamenti oscuri. — Ho dimostrato (²) che queste due categorie di fenomeni solari generalmente coincidono tra loro nella forma per lo più allungata e per la posizione: le discordanze che s'incontrano sono spiegabili, considerando che le protuberanze, viste all'orlo, sono immagini di emissione, mentre i flocculi oscuri sono immagini di assorbimento: e mentre questo, secondo gli studi di Evershed, Royds, St John, ecc., si esercita dalle masse gassose soltanto a poca altezza, minore di 1' sulla fotosfera, l'emissione di luce delle protuberanze sull'orlo le fa vedere fino a molti minuti d'altezza. Inoltre si deve aver presente che per l'obliquità dell'equatore solare rispetto alla eclittica, per la difficoltà di riconoscere se una protuberanza è veramente sull'orlo, o se è al di qua od al di là, per la inclinazione che spesso hanno le protuberanze rispetto al raggio della sfera solare, non è sempre possibile la esatta determinazione della loro posizione ed il confronto con quella dei filamenti. Evershed (³) e Royds (⁴) considerano addirittura i flocculi oscuri come immagini delle protuberanze proiettate sul disco solare; anzi Evershed si serve di quelli per determinare la velocità di rotazione di queste.

È stato notato da Evershed (⁵) e da Deslandres (⁶) che non sempre alle protuberanze corrispondono filamenti oscuri e reciprocamente; e che spesso poi non vi è proporzione fra le grandezze rispettive dei due fenomeni. (Le file di protuberanze generalmente sono più larghe dei filamenti ed allineamenti). Ciò può spiegarsi sapendo che è possibile che le condizioni fisiche e chimiche di una grande protuberanza o di una sua parte sieno tali che non possa

(¹) Astron. and Astroph., vol. III, pag. 116.

(²) Comptes Rendus, tom. 155, pag. 496, 2 sett. 1912.

(³) Astroph. Journal, vol. XXXIII, pag. 1.

(⁴) Monthly, Notices, vol. LXXI, pag. 723.

(⁵) Monthly, Notices, vol. XXX, pag. 9.

(⁶) Comptes Rendus, tom. 155, pag. 535.

esercitare sensibile assorbimento sulla luce della fotosfera e produrre un focolo oscuro. D'altra parte si sa pure che, la parte delle protuberanze capace di esercitare assorbimento sulla luce della fotosfera, come si disse, è poco alta; quindi può bastare una bassa protuberanza, una elevazione della cromosfera di pochi secondi, per produrre un sensibile assorbimento.

Secondo Royds⁽¹⁾ la distribuzione dei flocculi oscuri sul disco solare è simile a quella delle protuberanze, e Deslandres ha ottenuto spesso delle zone di filamenti oscuri nelle regioni polari del sole che coincidono con zone secondarie di massima frequenza delle protuberanze: Fényi ha descritto un bell'esempio di corona di protuberanze attorno al polo sud del sole⁽²⁾. Ed anche Secchi ha osservato parecchie di tali corone polari di protuberanze⁽³⁾. Le protuberanze essendo fenomeni eruttivi hanno naturalmente e prevalentemente moto ascendente: Deslandres ha trovato nei flocculi oscuri pure moto ascendente.

Vi è dunque intima relazione fra le protuberanze ed i fiocculi o filamenti oscuri, come immagini le une e tracce od ombre gli altri dello stesso oggetto o fenomeno solare.

Protuberanze e corona. — Il dott. W. Lockyer⁽⁴⁾ ha dimostrato che nelle epoche di minima frequenza delle protuberanze si ha il tipo *equatoriale* dei pennacchi coronali; nelle epoche del massimo si ha il tipo di corona *a stella* (od *irregolare* come egli lo chiama); nelle epoche intermedie si ha il tipo di corona intermedio o *quadrato*. Corrispondentemente nelle epoche di minimo si ha una sola zona di frequenza delle protuberanze; nelle epoche di massima si hanno due o più zone di frequenza delle protuberanze in ciascuno emisfero. Ciò è d'accordo con quanto ha trovato Hansky per la relazione esistente tra la corona e le macchie solari; ma nelle protuberanze la cosa è più notevole ed evidente, poichè le protuberanze si estendono su tutta la sfera solare nell'epoca di massima attività, come fanno i penuacchi della corona.

Il dott. Lockyer ritiene inoltre, d'accordo con altri studiosi del sole, che i getti coronali abbiano origine dalle regioni solari turbate per la formazione delle protuberanze; infatti, parecchie volte nelle ecclissi di sole è stato notato che i pennacchi coronali sembrano avvolgere le protuberanze, cosicchè esisterebbe tra loro uno stretto nesso. In conclusione vi è una relazione ancora più intima ed evidente fra la corona e le protuberanze, che fra la corona e le macchie solari. Anche Secchi⁽⁵⁾, ha accennato fin dal 1875 che la corona ha maggior relazione colle protuberanze che con le macchie solari.

⁽¹⁾ Monthly, *Notices*, vol. LXXII, pag. 73.

⁽²⁾ Memorie della Soc. degli Spettr. italiani, vol. XXXVII, pag. 107,

⁽³⁾ Monthly, *Notices*, vol. LXIII, n. 8.

⁽⁴⁾ Monthly, *Notices*, vol. 63, n. 8.

⁽⁵⁾ Le Soleil, 1^e part., pag. 363.

Riassumendo, i rapporti fra i diversi fenomeni della attività solare sono i seguenti:

Le macchie, le grandi facole, le protuberanze eruttive ed i flocculi lucci-
cidi e quelli oscuri corrispondenti ad esse protuberanze eruttive, hanno tutti
sede peculiare nelle zone delle macchie e sono intimamente connessi tra
loro per posizione e per origine.

Le protuberanze idrogeniche ed i filamenti oscuri si sviluppano a qua-
lunque latitudine, sono intimamente connessi tra loro come immagini, le une
di emissione gli altri di assorbimento, degli stessi oggetti solari; non hanno
relazione intima, né colle macchie, né colle facole.

La corona solare ha relazione colle macchie e più ancora colle proto-
beranze, in corrispondenza alle quali si sviluppano i pennacchi in cui essa
si espande.

Tutti però gli indicati fenomeni del sole seguono il ciclo undecennale
della attività solare, presentando fasi corrispondenti di sviluppo.

Pertanto i detti fenomeni hanno tutti tra loro una relazione generale
di attività simultanea.

Chimica. — *Paranitroaniline ortoalogenate e loro derivati.*

Nota del Socio G. KÖRNER e del dott. CONTARDI.

Continuando il lavoro di revisione e di completamento delle serie dei
derivati nitroalogenati del benzolo, facciamo oggetto della presente Nota lo
studio delle paranitroaniline ortoalogenate e di alcuni loro derivati.

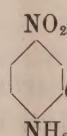
Se si scioglie o si sospende la paranitroanilina in acido cloridrico e si
introduce il cloro o il bromo si ottengono a seconda della quantità di alo-
geno fatto entrare in reazione, miscele in proporzioni variabili di anilina
mono- e bi-alogenate in posto orto: le condizioni fisiche nelle quali si ese-
guisce l'introduzione dell'halogeno possono però far mutare moltissimo i rapporti
secondo i quali si producono le due aniline mono- e bialogenate stesse.

Così, se si tratta la paranitroanilina in soluzione cloridrica bollente con
cloro gassoso nelle proporzioni di una molecola per molecola di anilina, si
ottiene quasi esclusivamente ortocloroparanitroanilina. In quantità minore si
ha invece il prodotto monoalogenato seguendo il brevetto Casella e Cⁱ D. R. P.
109189, nel quale la clorurazione si eseguisce a temperatura inferiore a 0°.
Operando a temperatura ordinaria e lentamente introducendo l'halogeno nella
soluzione cloridrica dell'anilina si ottiene subito il bicloroderivato insieme con
chinone. Tutti questi metodi di clorurazione però, ai quali si deve aggiun-
gere anche quello proposto dal Nöltung con ipoclorito di calcio, non possono
condurre ad un prodotto monoalogenato puro, scetro del corrispondente bi-
se non dopo lungo lavoro di purificazione. Se poi con analoghi processi si

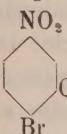
bromura la paranitroanilina la quantità di monobromoparanitroanilina che si ottiene per questa via è sempre assai piccola. Se si riscalda la nitrobiiodo-o-bibromo-o-bicloro-benzina 1. 3. 4 (NO_2 in 1) con ammoniaca alcoolica in tubo chiuso a 190° si ottiene quantitativamente le corrispondenti nitroaniline monoalogenate in posto orto. Questo è il metodo più adatto per preparare allo stato di chimica purezza alcuni di questi prodotti per es. la monobromoparanitroanilina.

La preparazione dei corrispondenti composti iodurati si eseguisce abbastanza bene e con buon rendimento facendo agire sulla paranitroanilina in soluzione acetica il cloruro di iodio. Si ottiene così una miscela di mono e biiodoparanitroanilina; però abbastanza facilmente esse si possono separare data la forte differenza di solubilità delle due sostanze nell'alcool.

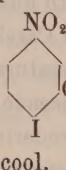
Siccome da queste nitroaniline monoalogenate si passa facilmente alle bialogenate per azione di nuovo alogeno, così è possibile, scegliendo opportunamente il prodotto di partenza monoalogenato, per azione di una nuova molecola di alogeno differente da quello presente nel nucleo giungere a tutte le paranitroaniline miste teoricamente possibili.

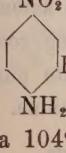

Nitrocloroanilina 1. 3. 4 — Si presenta in sottili aghi giallo-chiari, se cristallizzata dall'acqua bollente, fusibili a $104^\circ.5$. L'anidride acetica la trasforma facilmente nel derivato acetilico che assai bene cristallizza dall'alcool in lunghi aghi piatti o prismi leggermente paglierini fusibili a 139° .

L'anilina si lascia facilmente trasformare nei sali del diazocomposto, specialmente se si sospende in acido solforico o nitrico diluiti e si satura con acido nitroso. Così passando per il perbromuro del diazocomposto si pre-


parò la nitrochlorobromobenzina 1. 3. 4 che si presenta, se cristallizzata

da cloroformio, in aghi o prismi bianchi fusibili a 62° . Analogamente sostituendo il gruppo amidico con un atomo di iodio si ottenne la nitrochloriodo-


benzina 1. 3. 4 fusibile a 103° , cristallizzata in lunghi aghi quasi incolori, dall'alcool.


Nitrobromoanilina 1. 3. 4 — Aghi giallo-chiari, splendenti, se cristallizzati dall'acqua, fusibili a $104^\circ.5$. L'anidride acetica trasforma l'ani-

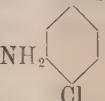
lina in monoacetyl- e biacetil-derivato: il monoacetilderivato cristallizza in prismi piatti simili nell'aspetto a quelli del derivato clorurato; essi fondono a 114°; il biacetilderivato si presenta in grossi prismi tozzi, fusibili a 132°; molto più solubili nell'alcool del precedente. Dal monoacetyl- si passa al biacetilderivato trattandolo con anidride acetica e tracce di ossicloruro di fosforo. La nitrobromoanilina 1. 3. 4 si lascia, come la corrispondente cloro, facilmente diazotare: sostituendo in essa il gruppo amidico con un atomo di



cloro si preparò la nitrobromoclorobenzina 1. 3. 4  la quale si presenta

in aghi bianchi o prismi quasi incolori, facilmente volatili col vapor acqueo, assai solubili nell'alcool, nell'etere, nell'acetato etilico, e fusibili a 61°. Essa è identica a quella che si ottiene sostituendo il gruppo amidico con un atomo



di bromo nella nitrocloroanilina 1. 4. 5  La corrispondente nitro-



bromoiodobenzina 1. 3. 4  venne preparata in modo analogo e si pre-

senta, se cristallizzata da etere acetico, in aghi o prismi fusibili a 106°.



Nitroiodoanilina 1. 3. 4  . — Si presenta in due forme cristal-

line differenti a seconda le condizioni della cristallizzazione, in grossi prismi giallo-rossi oppure in cristalli laminari splendenti giallo-oro. La forma più stabile è la rossa; l'altra forma si ottiene solo da benzolo a temperatura inferiore ai 17°. Fonde a 109°.

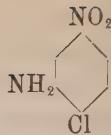
L'anidride acetica dà luogo alla formazione di un derivato mono e bi. Il monoacetilderivato si presenta in aghi sottili o in prismi giallo-chiaro; il biacetilderivato più solubile cristallizza in aghi sottili bianchi.

La nitroidoanilina 1. 3. 4 si lascia facilmente diazotare e così per sostituzione del gruppo amidico con un atomo di cloro, passando pel diazo-

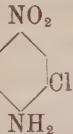


composto, si ebbe il nitroiodoclorobenzolo 1. 3. 4  che cristallizza dal-

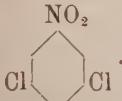
l'alcool in lunghi sottili aghi incolori fondenti a 78°. Il prodotto è iden-

tico a quello che si ha se nella nitrocloroanilina 1. 4. 5  si sosti-

tuisce il gruppo amidico con un atomo di iodio.

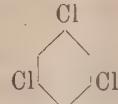
Nitrobicloroanilina 1. 3. 5. 4  — Cristallizza dall'alcool o dal benzolo in sottili aghi gialli limone splendenti, fusibili a 195°. È assai poco solubile negli acidi minerali diluiti e concentrati, non è alterata a freddo dall'acido nitrico fumante. La diazotazione di queste aniline paranitroortobialogenate meglio si eseguisce sospendendo la nitroanilina alogenata in acido nitrico $d = 1,38$ e saturando fino a completa soluzione del prodotto con acido nitroso, mantenendo la temperatura a 0°. Per diluizione con acqua precipita il nitrato del diazocomposto che è discretamente solubile nell'acqua ed esplosivo.

Acetil-derivati. — L'anidride acetica reagisce con la nitrobicloroanilina formando il mono- e il bi-acetilderivato, e però la reazione è facilitata se all'anidride acetica si aggiungono tracce di ossicloruro di fosforo; anidride acetica chimicamente pura, quale si ha dalla ditta Kahlbaum, dà solamente il derivato diacetilico dopo lunga ebullizione, mentre il resto dell'anilina rimane inalterato. La miscela dei due prodotti si cristallizza dall'alcool e si separano così dalla soluzione alcolica bollente per raffreddamento aghi piatti quasi incolori, che ricristallizzati fondono a 215°. Dalle acque madri alcoliche concentrate si separano grossi prismi che ripetutamente purificati fondono a 142°,5. Analizzati dimostrarono essere questi ultimi il biacetilderivato. Esso cristallizza nel sistema monoclinico classe prismatica ⁽¹⁾: $a:b:c = 1,1361:1:0,8753$; $\beta = 70,4$. Forme osservate {100} {010} {001} {110} {011} {101}. Il peso specifico è 1,565.

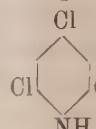
Nitrobiclorobenzina 1. 3. 5  — Il nitrito di etile trasforma facilmente la nitrobicloroanilina, disiolta in alcool assoluto in presenza di poco acido solforico concentrato nella nitrobiclorobenzina 1. 3. 5, fondente a 65°,4. Cristallizzata dall'alcool si ottiene in lamine trasparenti, incolore, lunghissime, sottili, mai nettamente terminate dimodochè non ne fu possibile fino ad ora la misura cristallografica. Ridotta con stagno e acido cloridrico si

⁽¹⁾ I dati cristallografici ci furono forniti dal prof. E. Artini, vedi Rendiconto del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, serie 2^a, vol. 45°, 1912. *Della forma cristallina di alcuni derivati del benzolo*, Nota VI.

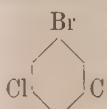
trasforma nella bicloroanilina che dall'alcool cristallizza in sottili aghi bianchi o prismi, fusibili a 51°.5. Sostituendo in essa il gruppo amidico con cloro

si ottiene la triclorobenzina 1.3.5  fusibile a 68°.5 e cristalliz-

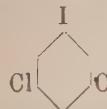
zata in lunghi aghi bianchi discretamente solubili nell'alcool. Essa è identica a quella che si ottiene se si sostituisce il gruppo amidico con un atomo

di idrogeno nella tricloroanilina 1.3.5.6 , fondente a 77°.5. Se

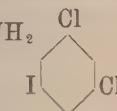
si sostituisce il gruppo amidico nella bicloroanilina 1.3.5 con un atomo di

bromo si ha la bromobiclorobenzina 1.3.5  che dall'alcool cristal-

lizza in aghi sottili, lunghi, lucenti, bianchi, fusibili a 75°.8. In modo ana-

logo venne preparata la bicloroiodobenzina 1.3.5  la quale è si-

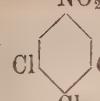
mile nell'aspetto e nelle proprietà alle altre benzine simmetricamente tri-
alogenate sopra descritte, e fonde a 54°. È anche identica a quella che si
ottiene sostituendo il gruppo amidico con un atomo di idrogeno nella biclo-

riodoanilina 1.3.5.6  fondente a 84°. Come è noto le aniline

simmetricamente trialogenate rappresentano il prodotto finale e principale al quale si può giungere per introduzione diretta dell'alogeno nell'anilina ordinaria: è quindi facile la preparazione di tali prodotti qualora contengano i tre atomi sostituenti alogenici identici tra loro. Per quelle miste si partì da una anilina già alogenata in posto para e si introdusse due atomi di bromo o di iodio in posizione orto, trattando la soluzione acetica dell'anilina stessa con bromo o con cloruro di iodio. Oppure in altri casi si partì da aniline bialogenate in posto para e in orto rispetto al gruppo amidico e si introdusse nel modo detto sopra il terzo atomo alogenico. Si ottennero ancora in alcuni casi partendo dalle aniline ortobialogenate, trattandole nello stesso modo con una nuova molecola di bromo o di cloruro di iodio. È ovvio che gli alogeni che si devono impiegare nelle ultime fasi della reazione non debbono essere tali che, per la loro energia, spostino quelli già presenti. Così eliminando il gruppo amidico si riuscì a preparare tutte le dieci benzine simmetricamente trialogenate teoricamente possibili.

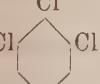


Nitrotriclorobenzina

1. 3. 4. 5 Cl  Cl — Sostituendo il gruppo ami-

dico nella nitrobicloroanilina 1. 3. 5. 4 con un atomo di cloro, passando attraverso al diazocomposto si ottiene la nitrotriclorobenzina 1. 3. 4. 5. Essa si presenta, se cristallizzata dall'alcool, in prismi giallo-chiari, fusibili a 72°,5 discretamente volatili col vapor d'acqua. È in corso lo studio cristallografico di questa sostanza. Ridotta ad anilina con stagno ed acido cloridrico e sostituito nel prodotto ottenuto il gruppo amidico con un atomo di idrogeno

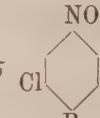


si ebbe la triclorobenzina 1. 2. 3 Cl  Cl fondente a 50°.8, identica a

quella che si ottiene dalla bicloroanilina 1. 3. 2 fusibile a 39° per sostituzione del gruppo amidico con un atomo di cloro (¹).



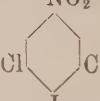
Nitroclorobromoclorobenzina

1. 3. 4. 5 Cl  Cl — Ottenuta in modo

analogo alla tricloronitrobenzina dalla nitrobicloroanilina 1. 3. 5. 4 per sostituzione del gruppo amidico con un atomo di bromo. Cristallizza dall'alcool in prismi leggermente giallognoli, fusibili a 88°. È discretamente volatile in corrente di vapor d'acqua.

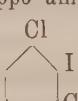


Nitrocloroiodoclorobenzina

1. 3. 4. 5 Cl  Cl — Ottenuta come la

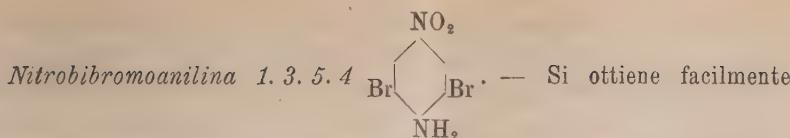
precedente dalla nitrobicloroanilina 1. 3. 5. 4 per sostituzione del gruppo amidico con un atomo di iodio. Cristallizza dall'alcool in prismi giallognoli fusibili a 154°.8, è più difficilmente volatile delle altre col vapor d'acqua. Ridotta con solfato ferroso e ammoniaca, indi, nell'anilina così avuta, sostituito il gruppo amidico con un atomo di idrogeno, si ha la bicloroiodoben-



zina 1. 3. 2  Cl. Essa distilla facilmente col vapor d'acqua e dall'alcool

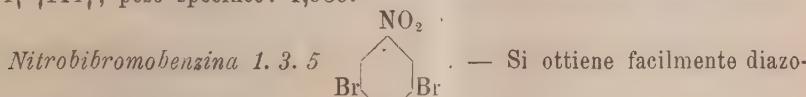
cristallizza in sottili tavole incolore, fusibili a 68°. Si ottenne anche questo prodotto partendo dalla ortobicloroanilina più sopra ricordata, per sostituzione del gruppo amidico con un atomo di iodio.

(¹) Körner e Contardi, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, vol. XVIII, serie V, 1º semestre, fascicolo III, pag. 100.

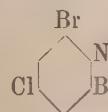


dalla paranitroanilina con bromo. Dall'alcool bollente cristallizza per raffreddamento in lamine giallo-oro splendenti. Fonde a 202°.5. Gode per il resto tutte le proprietà della corrispondente bicloro.

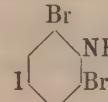
Acetilderivati. — L'anidride acetica impiegata in eccesso e in presenza di ossicloruro di fosforo in tracce dà una miscela di mono e biacetilderivato; il meno solubile di questi in alcool è il mono: ripetutamente cristallizzato dallo stesso solvente si ottiene in aghi quasi incolori fondenti a 232°. Per lenta evaporazione si ebbe anche in prismi triclini che furono trovati isomorfi coi cristalli della corrispondente dicloro. Dalle acque madri, concentrate e convenientemente frazionate si separano prismi o tavole le quali allo stato puro fondono a 136°. All'analisi dimostrò essere il biacetilderivato della dibromoanilina. Le misure cristallografiche hanno dato: sistema triclinico, classe pinaconica $a:b:c = 1,0901:1:0.8325$; $\alpha = 88^\circ 43' 4''$, $\beta = 70^\circ 49' 34''$, $\gamma = 93^\circ 25' 39''$. Forme osservate {100} {010} {001} {110} {110} {011} {011} {101} {111}; peso specifico: 1,939.



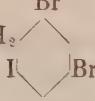
tando con nitrito di etile in soluzione alcoolica acida per acido solforico la nitrobibromoanilina 1. 3. 5. 4, oppure per lo stesso trattamento dalla 1. 3. 5. 6 nitrobibromoanilina. Più difficilmente volatile della corrispondente bicloro è meno solubile di quest'ultima nell'alcool e nell'etere acetico, dai quali solventi si separa in lamine sottili, quasi bianche, non terminate nettamente da facce, fusibili a 104°.5. Ridotta con stagno e acido cloridrico e sostituita nell'anilina ottenuta il gruppo amidico con un atomo di cloro si ottiene la bibromoclorobenzina simmetrica, fusibile a 119°. Se infine il gruppo amidico si sostituisce con un atomo di iodio si ha la bibromoiodobenzina 1. 3. 5, fondente a 124°.8. L'aspetto di queste sostanze è pressoché identico, cioè tutte si presentano in sottili aghi bianchi lucenti, facilmente distillabili col vapor d'acqua. Esse furono anche preparate dalle aniline trialogenate corrispondenti, sostituendo il gruppo amidico con un atomo di idrogeno. Così:

dalla 1. 3. 5. 2 bibromocloroanilina  fondente a 102° si ebbe la

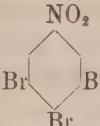
bibromoclorobenzina 1. 3. 5 sopra descritta e dalla bibromoiodoanilina

1. 3. 5. 2  fondente a 147° e cristallizzata dall'alcool in sottili

aghi bianchi si ebbe per diazotazione e sostituzione del gruppo amidico con idrogeno la bibromoiodobenzina 1.3.5 sopra descritta. Si ottenne ancora lo stesso prodotto per via analoga partendo dalla 1.3.5.6 bibromoiodo-

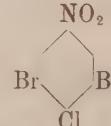
Br
anilina NH_2 

, che fonde a $123^{\circ},5$ e cristallizza in sottili aghi bianchi dall'alcool.

NO_2
Nitrotribromobenzina 1.3.4.5 

— Si ottiene sostituendo

il gruppo amidico della bibromonitroanilina sopra descritta con un atomo di bromo, passando per il perbromuro del diazocomposto. Essa si presenta, se cristallizzata da alcool, in prismi giallognoli, che si fondono a $111^{\circ},9$. È pochissimo volatile col vapor d'acqua, e sostituito il gruppo nitrico per riduzione col gruppo amidico, sottoposta l'anilina a diazotazione e rimpiazzato con un atomo di idrogeno il gruppo amidico stesso, si ottiene la tribromobenzina 1.2.3 fusibile a $87^{\circ},8$.

NO_2
Nitrobromoclorobromobenzina 1.3.4.5 

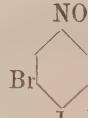
— Ottenuta in

modo analogo alla precedente partendo dallo stesso prodotto e sostituendo il gruppo amidico con un atomo di cloro, passando per il composto di addizione del cloruro rameoso col cloruro del diazocomposto. Cristallizza dall'alcool in grandi prismi tabulari giallognoli, fusibili a $92^{\circ},7$ dall'etere e aleool invece cristallizza in lame piatte. Ridotta con stagno e acido cloridrico e sostituito il gruppo amidico nell'anilina ottenuta con un atomo di

idrogeno, si ebbe la clorobromobenzina 

fusibile a 71° e cristallizzabile dall'alcool in lame bianche o piccole tavole rombiche incolori.

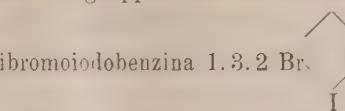
Essa è in tutto identica a quella che si ottiene se nella bibromoanilina vicinale si sostituisce il gruppo amidico con un atomo di cloro, passando attraverso al diazocomposto

NO_2
Nitrobromoiodobromobenzina 1.3.4.5 

— Ottenuta in

modo analogo alla precedente per sostituzione di un atomo di iodio al gruppo amidico passando attraverso al diazocomposto della bibronitroanilina 1.3.5.4.

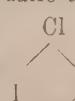
Si presenta in prismi grossi per lenta evaporazione della sua soluzione alcoolica. Fonde a 135°,5. Non essendo stato possibile fino ad ora ridurre questa nitrobenzina trialogenata senza alterarla, venne ottenuta la corrispondente benzina trialogenata sostituendo il gruppo amidico con un atomo di

iodio nella ortobibromoanilina. La bibromoiodobenzina 1.3.2 Br₂Br fonde

a 72° e cristallizza dall'alcool in prismi tabulari bianchi.

Nitrodiiodoanilina 1.3.5.4  — Ottenuta iodurando la para-nitroanilina in soluzione acetica con cloruro di iodio; cristallizzata da benzolo ripetutamente si presenta in pagliette giallo-oro o in aghi piatti splendenti, fusibili a 245°.

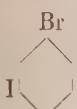
Acetil-derivati. — L'anidride acetica pura reagisce sulla nitrobiiodoanilina dando esclusivamente biacetilderivato con pochissimo mono. L'aggiunta di ossicloruro di fosforo facilita la produzione del monoacetilderivato stesso. Come nelle altre acetanilidi corrispondenti il monoacetilderivato è mero solubile nell'alcool, e quando è puro si presenta in aghi o prismi leggermente giallognoli fondenti a 249°. Il biacetilderivato invece, più solubile nell'alcool, cristallizza in prismi tozzi, lucenti, più chiari, fusibili a 171°. Questi prismi appartengono al sistema triclinico, classe pinacoidale: $a:b:c = 0,9682:0:0,7260$; $\alpha = 83^{\circ},6',43''$, $\beta = 76^{\circ},8',29''$, $\gamma = 99^{\circ},42',44'$; forme osservate {100}{010}{001}{110}{110}{011}{101}{101}{111}; peso specifico = 2,290.

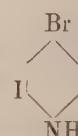
Nitrobiiodobenzina 1.3.5  — Dalla sopradescritta nitrobiiodoanilina per diazotazione di etile in soluzione alcoolica acida per acido solforico. Distilla difficilmente col vapor d'acqua e il prodotto distillato dopo cristallizzazione dall'alcool si presenta in piccoli prismi non ben terminati da facce piane, leggermente giallognoli, fusibili a 104°,5. Ridotta con solfato ferroso e ammoniaca si trasforma nella corrispondente anilina che si presenta in aghi bianchi fusibili a 110°. Le benzine trialogenate simmetricamente derivanti dalla biiodoanilina 1.3.5 per sostituzione del gruppo amidico con un atomo di alogeno vennero preparate dalle aniline

trialogenate corrispondenti. Così la 1.3.5 biiodoclorobenzina  si

ebbe dalla 1.3.5.2 biiodocloroanilina  . La biiodoclorobenzina si

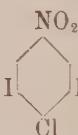
presenta se cristallizzata dall'alcool in cui è poco solubile, in aghi bianchi lucenti, fusibili a 101°, alla luce si colorano in bruno,

Biiodobromobenzina 1.3.5  . Venne ottenuta nello stesso modo

della precedente partendo dalla 1.3.5.2 biiodobromoanilina  fusibile a 136°. Si presenta in lunghi aghi splendenti, bianchi, poco solubili nell'alcool, poco volatile col vapor d'acqua; fonde a 140°.

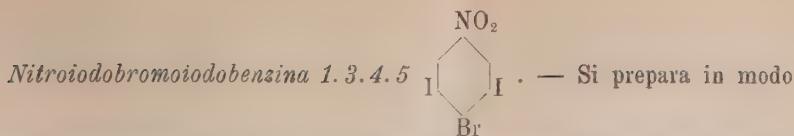
Triiodobenzina 1.3.5  . — Si ottenne e dalla triiodoanilina

1.3.5.6 fondente a 185°,6 e dalla biiodoanilina simmetrica fondente a 110° per sostituzione del gruppo amidico con un atomo di iodio. Cristallizza in sottili brevi aghi bianchi opachi, poco volatili col vapor d'acqua, fonde a 184°,2.

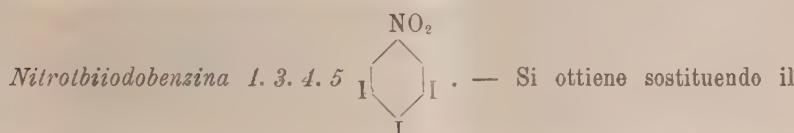
Nitrobiiodoclorobenzina 1.3.5.4  . — Si ottenne scomponendo

la soluzione acquosa del nitrato del diazocomposto della biiodoparanitroanilina 1.3.5.4 con cloruro rameoso disciolto nell'acqua bollente. Difficilmente volatile col vapor d'acqua cristallizza dall'alcool per lenta evaporazione in aghi quasi bianchi, fusibili a 110°. Scaldata con solfato ferroso e ammoniaca parzialmente si riduce ad anilina, ma con rendimento assai scarso. Assai meglio si effettua la riduzione con solfuro ammoniacal disiolto in alcool assoluto. Si ottiene contemporaneamente così una piccola quantità di un composto solforato di cui continua lo studio. La biiodoclorobenzina

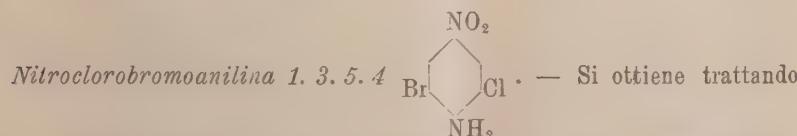
1.3.2  si ottiene scomponendo il diazocomposto della biiodocloroanilina 1.3.2.5 con alcool assoluto. Cristallizza dall'alcool in lamine sottili bianche rombiche, fusibili a 82°.



analogo alla precedente, scomponendo il nitrato del diazocomposto della biiodoparannitroanilina 1.3.5.4 sopra bromuro rameoso bollente. Poco volatile col vapor acqueo; dall'alcool cristallizza in sottili aghi splendenti, quasi bianchi, fusibili a 125°,4. Sciolta in benzolo si separa in grossi prismi contenenti una molecola di solvente; sfioriscono all'aria lentamente diventando opachi. Dal cloroformio si ha in prismi giallo-chiaro.



gruppo amidico nella nitrobiiodoanilina con un atomo di iodio passando per il diazocomposto. Prismi giallognoli, splendenti, dall'alcool in cui è pochissimo solubile; grossi cristalli pure prismatici si ottengono dal benzolo nel qual solvente il prodotto è solubilissimo. Però da questo solvente si possono separare cristalli contenenti benzolo di cristallizzazione. Buon solvente è pure il cloroformio. Non è praticamente volatile coi vapor d'acqua; con solfato ferroso e ammoniaca si riduce difficilmente ad anilina. Il solfuro ammonico la altera profondamente, trasformandola in biidoanilina simmetrica. L'anilina ottenuta per riduzione con solfato ferroso, trattata con nitrito di etile in soluzione alcoolica, si trasforma nella triiodobenzina 1.2.3 fondente a 116°, identica a quella che si ha se si sostituisce un atomo di iodio nella bijodoanilina 1.5.6, fondente a 122° (¹).

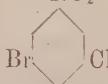


con la quantità calcolata di bromo la nitrocloroanilina 1.3.4. Essa cristallizza dall'alcool in aghi sottili giallo-chiaro splendenti. Dal benzolo si separa in aghi piatti più grossi, pure giallo-oro, che si fondono a 177°,4.

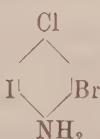
Acetilderivati. — L'anidride acetica in eccesso e tracce di ossicloruro di fosforo danno una miscela dei due derivati acetilici mono- e bi-. Cristallizzati dall'alcool, il monoacetiderivato, che è il meno solubile, si separa in aghi sottili, leggermente paglierini, poco solubili nell'alcool caldo, che dopo ripetute cristallizzazioni si fondono a 224°. Dalle acque madri si hanno prismi tabulari fusibili a 139° che sono del biacetiderivato. Sistema mono-

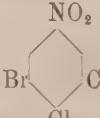
(¹) Körner e Bellasio, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, vol. XVII, serie 5^a, 1° semestre, fascicolo 11, pag. 686.

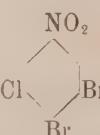
elino, classe prismatica: $a:b:c = 1,1127:1:0,8509$; $\beta = 70^\circ,36$. Forme osservate {100} {010} {001} {100} {011} {101}. Sfaldatura interrotta non troppo facile secondo {001}; peso specifico 1,749.

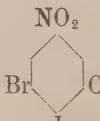
Nitroclorobromobenzina 1. 3. 5 . — Dalla sopradescritta

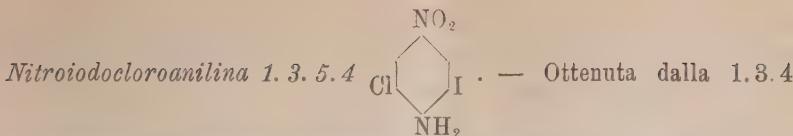
clorobromoanilina 1. 3. 5. 4, per sostituzione del gruppo amidico con un atomo di idrogeno mediante il nitrito di etile. Dall'alcool cristallizza in sottili lamine fusibili a $81^\circ,2$; con stagno e acido cloridrico fornisce la corrispondente anilina, facilmente distillabile col vapor d'acqua e cristallizzabile dall'alcool in aghi sottili o in prismi bianchi. Sostituendo in essa il gruppo amidico con un atomo di iodio, passando per i diazocomposti si ottiene la cloroiodobromobenzina 1. 3. 5 cristallizzabile dall'alcool, in aghi bianchi lucenti, fusibili a $85^\circ,8$. Tale sostanza si ottiene anche se nella 1. 3. 5. 4 clorobro-

moiodoanilina , fusibile a $110^\circ,5$ e cristallizzata in sottili aghi bianchi dall'alcool, si sostituisce il gruppo amidico con un atomo di idrogeno passando per i diazocomposti.

Nitrobiclorobromobenzina 1. 3. 4. 5 . — Dalla clorobromo-nitroanilina 1. 3. 5. 4 precedente per sostituzione del gruppo amidico con un atomo di cloro. Dall'alcool per lenta evaporazione cristallizza in prismi giallognoli, fusibili a $82^\circ,4$.

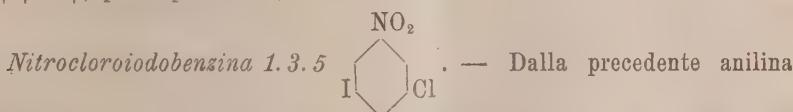
Nitrobromoclorobenzina 1. 3. 4. 5 . — Ottenuta come la precedente dalla 1. 3. 5. 4 nitroclorobromoanilina per sostituzione del gruppo amidico con un atomo di bromo. Cristallizza dall'alcool in prismi giallognoli, fusibili a $99^\circ,5$. La corrispondente bibromoclorobenzina 1. 2. 3 si preparò partendo dalla clorobromoanilina 1. 2. 6, sostituendovi al gruppo amidico un atomo di bromo. Si ottiene in lamine rombiche bianche, per lenta cristallizzazione dall'alcool fusibili a $72^\circ,6$.

Nitrocloroiodobromobenzina 1. 3. 4. 5 . — Come le precedenti per sostituzione del gruppo amidico con un atomo di iodio. Cristallizza dall'alcool e dal cloroformio in aghi splendenti chiari, fusibili a 159° .

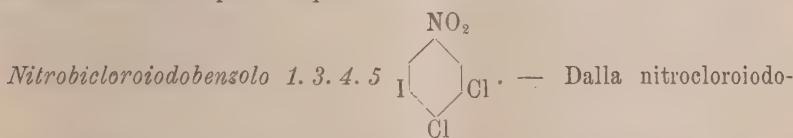


nitrocloroanilina per ulteriore alogenazione con cloruro di iodio. Aghi splendenti giallo-chiaro dal benzolo, fusibili a 195°.

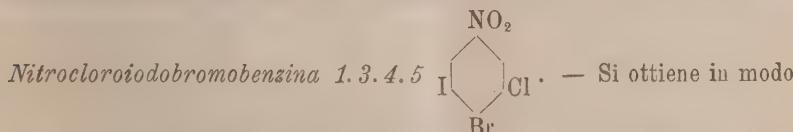
Acetilderivati. — L'anidride acetica bollente contenente tracce di ossicloruro di fosforo trasforma questa anilina nel mono e diacetilderivati corrispondenti. La miscela viene separata per cristallizzazione frazionata dall'alcool e si ottiene così come prodotto meno solubile e cristallizzato in aghi piatti o piccoli prismi quasi bianchi il monoacetilderivato, fusibile a 207°. Dalle acque madri si separa il secondo prodotto costituito da prismi, raccolti in fasci, fusibili a 113°. Essi appartengono al sistema monoclinico $a:b:c = 1,038 : 1 : 0,799$; $\beta = 71,44$. Forme osservate {100} {001} {110} {011} {101}; peso specifico 1,913.



per eliminazione del gruppo amidico e sua sostituzione con un atomo di idrogeno. Si presenta se cristallizzata dall'alcool per lenta evaporazione in prismi raggruppati in fasci, leggermente giallognoli, fusibili a 70°,4. È difficilmente volatile col vapor d'acqua.

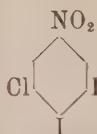


anilina 1. 3. 5. 4 per sostituzione del gruppo amidico con un atomo di cloro. È difficilmente volatile col vapor d'acqua, si scioglie abbastanza facilmente nell'alcool e nel cloroformio, dal quale ultimo solvente per lenta evaporazione si ha in prismi giallo-chiaro, fusibili a 59°. Non si poté finora trasformare nella corrispondente anilina, poichè mentre l'ammoniaca e il solfato ferroso lo riducono con estrema lentezza, lo stagno e l'acido cloridrico eliminano l'atomo di cloro in posizione para e trasformano la nitrobicloroiodobenzina nella metacloroiodoanilina fondente a 69°,8, e distillabile col vapor d'acqua in lamine bianche lucenti. Il solfuro ammonico in soluzione alcoolica fatto agire sopra la nitrobicloroiodobenzina 1. 3. 4. 5 dà la 1. 2. 4 bicloroanilina.



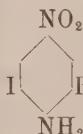
analogo alla precedente per sostituzione di un atomo di bromo al gruppo

amidico della 1.3.5.4 nitrocloroiodoanilina. Cristallizza dall'alcool e dal cloroformio in sottili aghi splendenti, quasi incolori, fondenti a 95°. È difficilmente volatile col vapor d'acqua.



Nitrobiiodochlorobenzene 1.3.4.5 — Venne preparata per

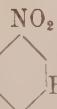
via analogia alla precedente dalla 1.3.5.4 nitrocloroiodoanilina. Cristallizza dall'alcool o dal cloroformio in aghi sottili, quasi bianchi, fusibili a 146°,5.



Nitrobromoiodoaniline 1.3.5.4 — Ottenuta per trattamento

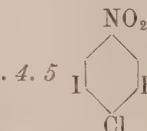
con cloruro di iodio della 1.3.4 nitrobromoanilina, disiolta in acido acetico. Aghi giallo-chiari, splendenti dal benzolo, cristallizzata dall'alcool si presenta invece in aghi piatti fusibili a 221°.

Acetilderivati. — L'anidride acetica contenente tracce di ossicloruro di fosforo dà il mono- e il biacetiderivato. Dall'alcool si separa da principio per raffreddamento il monoacetile che cristallizza in grossi prismi giallognoli lucenti, fusibili a 226°. Dalle acque madri convenientemente frazionate si separa il secondo prodotto in prismi tozzi, più chiari, molto più solubili nell'alcool, fondenti a 134°. Tali cristalli appartengono al sistema triclinico, classe pinacoide: $a:b:c = 0,9470 : 1 : 0,7288$. $\alpha = 83^\circ, 59', 54''$; $\beta = 77^\circ, 30', 18''$; $\gamma = 99^\circ, 6', 14''$. Forme osservate {100} {010} {001} {110} {110} {011} {101} {101} {111}. Peso specifico 2,112.



Nitrobromoiodobenzene 1.3.5 — Dalla precedente anilina,

per sostituzione del gruppo amidico con un atomo di idrogeno. Aghi piatti sottili tanto dall'alcool quanto dal cloroformio, fusibili a 97°,5.



Nitrobromochloroiodobenzene 1.3.4.5 — Dalla nitrobromo-

iodoanilina sopra descritta per sostituzione del gruppo amidico con un atomo di cloro. Si presenta se cristallizzata dall'alcool per lenta evaporazione in prismi giallognoli, dal cloroformio in aghi sottili incolori, fusibili a 84°.

I pochi termini ancora mancanti di questa serie sono in via di preparazione e riferiremo tra breve i risultati che avremo ottenuti.

Geometria. — Presentando due volumi di « *Vorlesungen über darstellenden Geometrie* ». Nota del Corrispondente GINO LORIA.

Nell'offrire in omaggio a questa illustre Accademia le due prime parti di un trattato di geometria descrittiva, di recente pubblicato in lingua tedesca (¹), mi sia concesso di dare qualche informazione intorno ai concetti che mi hanno guidato nello scriverlo e nel comporre altri lavori che ad esso collegansi, e, in generale, intorno all'indirizzo da seguire negli studî intorno a quella scienza.

* * *

La geometria descrittiva, benchè sia oggi una disciplina rigorosamente esatta e prettamente teorica, pure, a somiglianza di molte altre, si è formata in seguito al confluire di parecchi ordini d'investigazioni, aventi tutte le loro scaturigini in questioni la cui soluzione veniva richiesta dal civile consorzio o dalle arti.

Prime, tanto in ordine di tempo, quanto per la grande importanza che raggiunsero, sono le ricerche aventi per midollo spinale il concetto di *proiezione ortogonale*, alle quali diedero e mantennero vita gli architetti, a partire da quelli che eressero le piramidi d'Egitto (²), a continuare con quelli che elevarono i monumenti destinati ad eternare la memoria delle vittorie di Roma imperiale (³), per giungere a coloro che, a cominciare dal Rinascimento, documentarono nel marmo il primato artistico dell'Italia sopra tutte le nazioni civili. In tal modo si costituì gradatamente una nuova disciplina ausiliaria dell'ingegnere (la *stereotomia*) ed il sistema di rappresentare graficamente un edificio col mezzo della « pianta » e dell'« alzato », nel periodo che corre da Alberto Dürer ad A. F. Frézier, si trasformò insensibilmente in un procedimento sicuro per eseguire determinate operazioni geometriche sopra le figure a tre dimensioni. Al genio di Monge era riserbato di trasformare questo procedimento-crisalide in una splendida farfalla (la geom-

(¹) *Autorisierte, nach dem italienischen Manuskript bearbeitete deutsche Ausgabe* von prof. F. Schütte. I. Teil (Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1907); II Teil (Idem., idem, 1918).

(²) G. Daressy, *Un traité Egyptien d'une voûte elliptique* (Annales du service des Antiquités de l'Egypte, t. VIII, Le Caire, 1907); M. Simon, *Geschichte der Mathematik in Alterthum in Verbindung mit antiker Kulturgeschichte* (Berlin, 1909, pag. 58).

(³) Cfr. il grande trattato *Dæ Architectura* scritto da Vitruvio all'epoca di Giulio Cesare ed Augusto.

tria descrittiva), capace di compiere voli meravigliosi per ardimento e durata.

In pari tempo le ricerche sulla *prospettiva*, rese necessarie allorquando alle pitture si volle far rendere il senso del rilievo (dote di cui mancano, ad esempio, i disegni che adornano le tombe dei Faraoni), iniziato per merito ed opera di artisti-scientifici, tipo Leonardo da Vinci, andarono grado grado svolgendosi, così da raggiungere quella forma definitiva, dovuta ad uno dei gloriosi epigoni di Newton — Brook Taylor — e che mezzo secolo fa Guglielmo Fedler ritrovò per proprio conto. Così venne eretta la seconda delle robuste colonne su cui oggi riposa la disciplina di cui ragioniamo, cioè la *proiezione centrale*, come metodo di rappresentazione delle figure a tre dimensioni.

D'altra parte le esigenze della topografia conducevano a stabilire e dare contenuto ed aspetto scientifici al *metodo dei piani quotati*; e, più tardi, questioni di cristallografia teorica conducevano all'*assonometria ortogonale*, ramo bellissimo delle matematiche, già intravveduto da Desargues (il Monge del suo secolo, come ebbe a chiamarlo il Poncelet) e che si allargò ben presto in modo da comprendere l'*assonometria obliqua* (avente per nocciolo il celebre « teorema di Pohlke ») e da ultimo l'*assonometria prospettiva*.

Finalmente le applicazioni della fotografia al rilievo dei terreni (nelle quali l'Italia, grazie all'Istituto geografico militare, seppe conquistare una posizione eminente) fecero sorgere un florido virgulto sul vetusto tronco della geometria descrittiva, la *fotogrammetria teorica*, che, a parer nostro, ha un diritto indiscutibile ad un posto stabile in tutte le esposizioni complete della disciplina che ci occupa. In conformità a siffatto modo di vedere l'ultimo dei cinque libri, costituenti il I dei volumi che mi prego di presentare, è appunto dedicato alla fotogrammetria teorica.

Tale volume, avendo per tema una trattazione dei principali metodi propri della geometria descrittiva, comincia (a differenza di quanto da tempo si suole praticare in Italia, seguendo l'esempio dato dal Fiedler) con la doppia proiezione ortogonale (Libro I), metodo che è didatticamente il più semplice e praticamente il più utile; segue (Libro II) la proiezione centrale e poi il metodo dei piani quotati (Libro III), svolto, al pari dei precedenti, con molti particolari, intesi specialmente a dar modo di esaurire, per ogni problema, tutti quei casi nei quali per la situazione speciale dei dati rispetto agli elementi di riferimento, è vietata l'applicazione delle procedure generali. Inoltre si è avuto cura di porre in luce come, sostituendo, ai consueti procedimenti di rappresentazione degli enti fondamentali della geometria, altri equivalenti riussisse possibile surrogare certe costruzioni classiche con altre completamente simmetriche o per altre ragioni preferibili. Così il determinare, nel metodo della proiezione centrale, un punto col mezzo della sua proiezione e di un piano (invece che di una retta)

che lo contiene (¹), abilita a costruire in modo simmetrico la traccia e la retta di fuga del piano determinato da tre punti non collineari (²); mentre l'individuare, nello stesso metodo, un punto mediante la sua proiezione ed un certo numero, oltre ad essere l'unico sistema di determinazione di un punto che non contenga alcun ingrediente arbitrario (³), rende possibile la ricerca degli elementi descrittivi della retta che unisce due dati punti, indipendentemente dalla previa risoluzione di altri problemi fondamentali di posizione (⁴). D'altra parte va tenuto presente che l'ordine in cui, in base alla loro difficoltà, vanno considerati i vari problemi di geometria descrittiva, è, non assoluto, ma relativo al sistema di rappresentazione che si usa. Ad esempio, mentre nel metodo di Monge ed in quello dei piani quotati sembra incontestabile che la ricerca della distanza fra due punti meriti il primo posto fra le questioni di indole metrica, quando invece si usi il metodo della proiezione centrale giova cominciare dalla ricerca della distanza fra due piani paralleli, dal momento che questa si compie con notevole facilità e che ne sono corollari quasi immediati le soluzioni di altri problemi interessanti, quale (per citare un solo esempio) la determinazione dei piani bisettori di un dato diedro (⁵). Tutto ciò possiede un'importanza teorica e pratica indiscutibile, giacchè, come nelle questioni di algebra e di analisi, ogni semplificazione nel calcolo che guida alla loro risoluzione costituisce un effettivo progresso, così nelle discipline grafiche il risparmio di una o più rette consente di conseguire maggiore esattezza e più grande rapidità, epperò merita il nome di perfezionamento scientifico.

Oltre ai tre suindicati esistono altri metodi per rappresentare sul piano le figure a tre dimensioni; ma non ci parve abbiano raggiunto tale importanza da meritare uno studio completo: però un cenno venne fatto della proiezione centrale generalizzata, perchè così fu possibile di fare scaturire da un unico principio due importanti metodi di rappresentazione, cioè l'ordinaria proiezione centrale ed i piani quotati.

Finalmente, riguardo all'*assonometria* (Libro IV) e la *photogrammetria* (Libro V), ne vennero, accuratamente adunati e coordinati tutti i fondamenti dottrinali (⁶), lasciando alle opere destinate esclusivamente ai pratici il dar

(¹) Tale innovazione venne approvata dal Fiedler che l'introdusse nell'ultima edizione del suo trattato *Die darstellende Geometrie* (I Tl., IV Aufl., Leipzig, 1904).

(²) Cfr. l'articolo *Sur quelques problèmes élémentaires de la géométrie descriptive à 3 ou 4 dimensions* (Arch. f. Math. u. Phys., III Reihe, II Bd., 1902).

(³) Ci esprimiamo così perchè la determinazione di un punto col mezzo della sua proiezione e di una retta od un piano è possibile in ∞^2 modi differenti.

(⁴) Ved. la nota *Proiezione centrale ed omotetia* (Periodico di matematica, t. XXVIII, 1913).

(⁵) Ved. la nota *Intorno ad alcuni problemi metrici che s'incontrano in geometria descrittiva* (Periodico di matematica, t. XXIII, 1908).

(⁶) Per la prima volta venne introdotta anche l'*assonometria prospettiva*.

notizia di quegli ulteriori espedienti che deve conoscere chi voglia applicare quei metodi a questioni concrete.

* * *

La parte II delle presenti *Vorlesungen* ha per còmpito di dare notizia delle applicazioni che hanno sinora ricevnti i metodi esposti allo studio ed alla rappresentazione delle principali figure che s'incontrano in geometria: angoli poliedri e solidi poliedri, curve e superficie. Ivi la parte di protagonista è affidata al metodo di Monge: tuttavia fu nostra cura costante il porre in luce che anche gli altri metodi della geometria descrittiva possono prestare servigi veramente preziosi. Così, mentre le questioni concernenti i poliedri vennero sempre trattate giovandosi esclusivamente della doppia proiezione ortogonale, noi abbiamo mostrato come le costruzioni dell'intersezione di un poliedro con un piano o con una retta possano effettuarsi, senza eccezio-
nali complicazioni, anche col mezzo della proiezione centrale o dei piani quotati: col primo di tali metodi ricorrendo allo stesso artificio che serve quando si usa il metodo di Monge, cioè mediante cambiamento degli elementi di riferimento (espediente questo utile in *molti* casi, se non in *tutti*, come pretendevano un tempo i ciechi seguaci di T. Olivier); col secondo ricorrendo ad una considerazione aritmetico-geometrica pienamente conforme alla duplice natura, numerica e spaziale, del metodo dei piani quotati.

Passando ad occuparci delle figure limitate da linee non tutte rette e da superficie non tutte piane, è necessario constatare che non esiste sinora alcuna trattazione sintetica rigorosa e completa delle curve e delle superficie, nemmeno restringendosi agli enti algebrici (il che, d'altronde, costituirebbe una non desiderata limitazione del campo di applicazione della geometria descrittiva): per convincersene basta osservare che la pura geometria non è attualmente in grado di stabilire, anzi nemmeno di enunciare, le condizioni di esistenza della tangente ad una linea o del piano tangente ad una superficie. In conseguenza si è giudicato opportuno di stabilire i fondamenti della teoria delle curve e delle superficie col mezzo di coordinate e di equazioni. È un metodo forse non definitivo, che, anzi, gli amanti della pura geometria augureranno sia di transizione, ma che oggi è l'unico che concili semplicità generalità e rigore; è un metodo che, d'altronde, corrisponde perfettamente alle tendenze odierne delle matematiche, nelle quali oggi imperano piuttosto i metodi *misti* che i metodi *puri*: se, pertanto, venne diggià operata la fusione della planimetria con la stereometria, della geometria proiettiva con la geometria analitica, del calcolo differenziale col calcolo integrale, non sembrerà certamente strano che siasi tentato di riunire in un tutto organico la geometria descrittiva colla geometria infinitesimale (¹).

(¹) Giova rilevare che questa fusione è in perfetto accordo con le idee del creatore della Geometria Descrittiva. Infatti Monge, come attesta il Delambre (*Rapport historique*

Aggiungiamo che alla teoria delle curve piane fu data un'estensione un po' maggiore di quanto venne fatto nei più antichi trattati sulla materia, considerando che tutti i problemi di geometria descrittiva si riducono, in ultima analisi, alla delineazione di curve situate nel piano del disegno ed alla determinazione degli elementi comuni a due di esse, onde una estesa conoscenza della teoria delle linee piane sembra indispensabile per chiunque intenda rendersi famigliare il maneggio della geometria descrittiva.

Nè va tacito che, per addurre un esempio di una curva a doppia curvatura algebrica non definita come intersezione di due superficie, si è attinto ad una fonte antichissima ma sempre fresca, la *Collezione matematica* di Pappo Alessandrino, ove, come analoga nello spazio della spirale d'Archimede, è considerata e parzialmente investigata una curva razionale del 10° ordine che offre istruttive applicazioni dei procedimenti generali di rappresentazione delle linee a doppia curvatura (¹).

La teoria generale delle superficie viene applicata alle più importanti classi di tali enti che s'incontrano in teoria ed in pratica: quadriche, superficie coniche e cilindriche, superficie rigate, superficie di rotazione, superficie elicoidi. Quando si vogliono usare i metodi della geometria descrittiva allo studio di una di tali figure, per evitare eccessive complicazioni grafiche, si suppone ordinariamente di averle collocate in posizioni speciali rispetto agli elementi di riferimento e che i dati assunti per determinarle abbiano (per così esprimerci) una determinata « forma canonica ».

Ora la prima di siffatte supposizioni s'impone bene spesso quando si vogliono evitare le costruzioni tanto laboriose da spaventare il più intrepido disegnatore: così, volendo rappresentare una quadrica determinata da nove punti arbitrari o generata da due stelle reciproche, si va incontro a tali complicazioni che ben presto si è costretti a rinunciare; mentre se, per converso, si suppone di riferirla a tre piani (orizzontale, verticale, di profilo) paralleli ai piani principali della superficie e di individuarla col mezzo delle corrispondenti sezioni piane, ci si trova di fronte a questioni le cui difficoltà possono sormontarsi sfruttando le vastissime cognizioni che oggi possediamo intorno alle curve di second'ordine. Un saggio di siffatte questioni è rappresentato dal cap. II del libro III della II parte di queste *Vorlesungen*.

sur les progrès des sciences mathématiques, Paris, 1810, pag. 41) diede in origine alla sua esposizione di tale materia il titolo di *Feuilles d'analyse appliquée à la géométrie descriptive*; ed inoltre ebbe a dichiarare che, se avesse dovuto rifare la sua opera *De l'analyse appliquée à la géométrie*, l'avrebbe scritta in due colonne, esponendo nella prima le dimostrazioni analitiche e nella seconda le dimostrazioni coi metodi della Geometria Descrittiva (ved. T. Olivier nella Prefazione al suo *Cours de géométrie descriptive*, Paris, 1843).

(¹) Ved. la memoria *La spirale de Pappus* (Archiv. f. Math. u. Phys., III Reihe, XII Bd., 1907).

La seconda delle supposizioni surriferite teoricamente è legittima, ma dà luogo in pratica a gravi inconvenienti: chè è ben vero che una « forma canonica » è un sistema di dati a cui si può sempre ridursi; ma vi si giunge di regola col mezzo di costruzioni che, oltre essere complicate, guidano a risultati di scarsissima precisione (¹); onde della riduzione a « forma canonica » è consigliabile di far l'uso più limitato possibile. In certi casi, volendo evitare le forme canoniche, si cade in costruzioni di spaventevole complicazione; ma in altri le « forme canoniche » non trovano altra giustificazione se non nella tradizione, che si segue automaticamente senza sufficiente ragione. Così il determinare una superficie conica o cilindrica mediante la sua traccia sopra uno dei piani di riferimento generalmente non arreca alcuna sostanziale semplificazione alle costruzioni relative a quelle superficie corrispondenti, nell'ipotesi in cui se ne dia la base sopra un piano arbitrario, come viene dimostrato dalla ricerca della curva d'intersezione di due di quelle superficie (²); che se poi si vuole scegliere come basi di tutte le superficie coniche o cilindriche da considerare le loro intersezioni con un piano fisso, meglio assai è di eleggere il così detto « secondo piano bisettore », chè allora tutte le costruzioni assumono una forma elegante e perfettamente simmetrica (³). Similmente: per rappresentare col metodo di Monge una superficie di rivoluzione è costume di assegnarne (oltre l'asse) il « meridiano principale »: ora la miglior parte delle costruzioni classiche relative a una tale superficie si mantengono inalterate supponendola individuata, invece, col mezzo di una linea arbitraria, vincolata dall'unica condizione di incontrare tutti i paralleli della superficie.

Tali esempi potrebbero moltipliarsi. Ma quelli addotti sono sufficienti a provare come la geometria descrittiva classica possa ricevere un perfezionamento analogo a quello che la geometria analitica consegui nel secolo scorso, sotto la benefica influenza del genio di Lagrange: come questa disciplina procedette costantemente assillata dall'aspirazione di emanciparsi da una scelta particolare degli elementi di riferimento, così quella deve proporsi di operare nelle ipotesi più generali riguardo alla posizione dei dati, evitando, entro i limiti del possibile, di usare come elementi ausiliari curve tracciate per punti e sforzandosi di servirsi soltanto della retta e del cerchio, o tutt'al più di qualche curva di natura nota e di facile descrizione.

* * *

Tali considerazioni intorno all'esattezza ed alla semplicità delle costruzioni della geometria descrittiva (⁴), mostrano come chi coltiva tale di-

(¹) In tali condizioni si trova evidentemente una linea tracciata per punti.

(²) Ved. la figura 45 del manuale *Poliétri, curve e superficie secondo i metodi della Geometria Descrittiva* (Milano, Hoepli, 1912).

(³) Vedi ad es. la figura 46 del su citato manuale.

(⁴) I primi cultori della geometria descrittiva, non soltanto non pensarono nem-

sciplina debba tenere costantemente presenti i risultati dei geniali studi che vennero compiuti da Lorenzo Mascheroni (il creatore della *Geometria del compasso*), per bandire l'uso di uno strumento non degno di fiducia (la riga), e da E. Lemoine (l'inventore della *geometrografia*), per paragonare fra di loro le varie soluzioni di uno stesso problema, onde poi decidere quale è la migliore. Appunto per tale ragione le presenti *Vorlesungen* cominciano con alcune generalità intorno alla semplicità ed all'esattezza delle costruzioni geometriche, le quali sono destinate ad orientare la mente del lettore verso l'investigazione dai procedimenti grafici che menano per la via più spedita al risultato più preciso possibile (¹). I limiti dell'opera non consentirono di dilungarci nell'applicazione dei concetti stabiliti; ma quanto è esposto può riguardarsi come un primo tentativo di raccogliere in un tutto quanto venne sinora pensato e scritto intorno alle costruzioni geometriche nel piano e nello spazio.

* * *

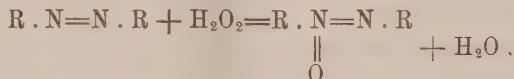
Una parte III di queste *Vorlesungen*, destinata all'esposizione della *Storia della geometria descrittiva*, trovasi attualmente in via di preparazione; essa servirà di complemento alle due prime e venne ad esse posposta considerando che la storia di una scienza può essere compresa e riuscire utile soltanto a coloro che di tale scienza conoscono almeno i fondamenti.

meno alla possibilità di considerazioni siffatte, ma neppure mostrarono di preoccuparsi dell'effettuabilità di certe costruzioni e mai si chiesero se, riducendo un problema ad un altro, si accostassero realmente alla soluzione del primo. Veramente tipico a tale riguardo è il seguente sedicente «metodo per costruire la tangente ad una curva qualunque» proposto dall'Hachette: Si prendano ad arbitrio due rette sghembe a e b e si consideri la rigata costituita dalle rette che incontrano ad un tempo a , b e la curva data. si costruisca il piano che la tocca in un punto P di tale curva; esso conterrà la retta tangente in P a questa curva; sostituendo alle a , b altre due rette si otterrà un altro piano contenente la retta richiesta, onde questa risulta individuata come intersezione di due piani.

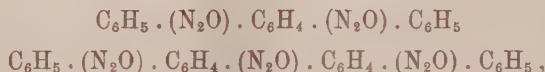
(¹) Siffatto modo di vedere venne dopo di noi adottato da E. Papperitz nell'articolo *Darstellende Geometrie* dell'*Encyklopädie der mathem. Wissenschaften*.

Chimica. — *Sopra i poliazossicomposti.* II Nota preliminare (¹)
del Socio A. ANGELI.

Nella prima Nota sopra questo argomento ho dimostrato che il mio metodo di preparazione degli azossicomposti, azione dell'acqua ossigenata in soluzione acetica sopra gli azoderivati:



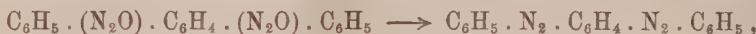
si applica egualmente bene anche nel caso delle sostanze che nella loro molecola contengono più di un azogruppo; e così mi è stato possibile per venire ai prodotti:



che rappresentano i primi poliazossicomposti finora conosciuti.

Questa seconda Nota si riferisce ad esperienze che io ho eseguite sopra la prima di queste due sostanze, il bisazossibenzolo, allo scopo di stabilire in modo rigoroso che ad essa realmente spetta la struttura che io le ho assegnata, non solo, ma anche per studiare il suo comportamento rispetto ai vari reattivi, come già prima avevo fatto per il caso dei monoazossicomposti.

Naturalmente trattandosi di prodotti molto più complicati di quelli che finora vennero presi in esame, *a priori* non si poteva escludere che a parità di composizione, il bisazossibenzolo possedesse anche una struttura diversa di quella che io gli ho attribuita. E perciò ho incominciato dal vedere, come ho già fatto per i termini più semplici, se per riduzione nelle condizioni opportune esso fornisse di nuovo il bisazobenzolo di Mills (²):



da cui sono partito.

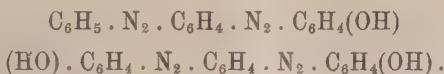
L'esperienza è stata favorevole, la riduzione procede in modo netto e perciò al bisazossibenzolo spetta realmente la struttura che fin da principio io gli aveva assegnata. Ciò fa vedere inoltre che la reazione è invertibile:



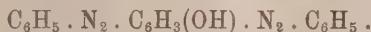
(¹) Nota I, questi Rendiconti, vol. XXII (1913), 1° sem., pag. 356.

(²) Journal of the Chemical Society, 67 (1895), pag. 929.

Nella prima Nota ho altresì accennato che il bisazossibenzolo, per azione dell'acido solforico concentrato a 100°, si trasforma facilmente in due prodotti, entrambi solubili negli alcali con colorazione rossa, ai quali io aveva assegnato rispettivamente la struttura:



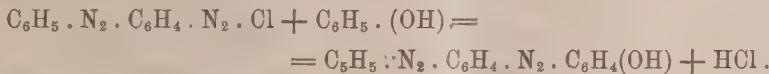
Siccome il secondo si forma in quantità assai piccola ed è quasi insolubile in tutti i solventi, non ho potuto sottoporlo finora ad un esame più approfondito e perciò ho dovuto limitarmi allo studio del primo, tanto più che non si poteva escludere l'altra forma isomera egualmente possibile:



A tale scopo ne ho fatta la sintesi e sono arrivato all'identico prodotto diazotando l'amminoazobenzolo in presenza di acido cloridrico:



e successivamente trattando il prodotto con fenolo:

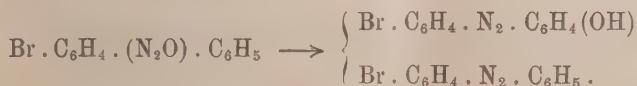


L'ossidrile si trova, come sempre, in posizione para e perciò la struttura del nuovo composto rimane fissata con tutta sicurezza. L'ossiazocomposto fornisce facilmente un etere etilico



che fonde a 138° e che presenta i caratteri delle sostanze che danno i così detti cristalli liquidi.

In questo caso perciò la trasformazione di Wallach è accompagnata in parte, come si vede, anche da un processo di riduzione, nello stesso modo che per azione dell'acido solforico concentrato sopra i due p-bromoazossibenzoli, assieme al p-bromoossiazobenzolo si forma anche l'azocomposto che contiene un atomo di ossigeno in meno (¹):



In modo ben diverso però procede la reazione quando invece di far reagire l'acido solforico sopra il bisazossibenzolo (p. f. 155°) alla temperatura di 100°, si operi a 0°, vale a dire raffreddando accuratamente con ghiaccio.

(¹) Angeli e Valori, questi Rendiconti, vol. XXI (1912), 1^o sem., pag. 165.

Limitando la durata a pochi minuti, il prodotto rimane inalterato, ma prolungando l'azione a qualche ora, la sostanza di partenza scomparisce del tutto e si ottengono altri prodotti, due insolubili negli alcali, entrambi giallo-aranciati ed un terzo colorato in rosso facilmente solubile nella soda con intensa colorazione rosso-bruna.

I due primi vengono trattati con benzolo in cui sono molto solubili, specialmente a caldo; il meno solubile si presenta in lamine splendenti, giallo-aranciate e che fondono a 168°; all'analisi dimostrò essere un isomero del bisazossibenzolo di partenza (155°) e per riduzione con amalgama di alluminio conduce del pari all'identico bisazobenzolo di Mills:

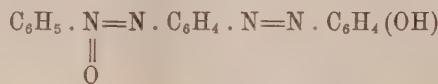


L'acido solforico a 0° lo lascia inalterato; operando a 100° invece fornisce gli stessi prodotti che si hanno dall'isomero che fonde a 155°. Con bromo a freddo rimane inalterato; riscaldando fornisce piccola quantità di un derivato polibromurato.

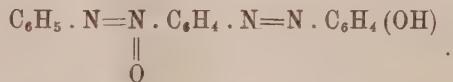
Nel benzolo da cui venne separata questa sostanza rimane, come ho detto, un prodotto più solubile che viene purificato prima da alcool e poi da ligroina. Ha l'aspetto del precedente isomero, ma la sua tinta tende maggiormente verso l'aranciato e fonde più basso, a 148°. Si forma in quantità assai piccola e perciò finora non ho potuto studiarlo ulteriormente. Nemmeno esso viene modificato dall'acido solforico a 0°, a differenza dell'isomero che fonde a 155°.

Il prodotto solubile negli alcali costituisce una polvere cristallina colorata in rosso, ma senza riflessi metallici.

Fonde a 203° e fornisce un derivato monobenzoilico ed un etere monoetilico. È un nuovo isomero delle sostanze precedenti ma esso deve contenere un ossidirile e perciò è molto probabile che rappresenti un prodotto della trasposizione di Wallach compiuta solo per metà, cui spetta forse l'una o l'altra delle due forme:

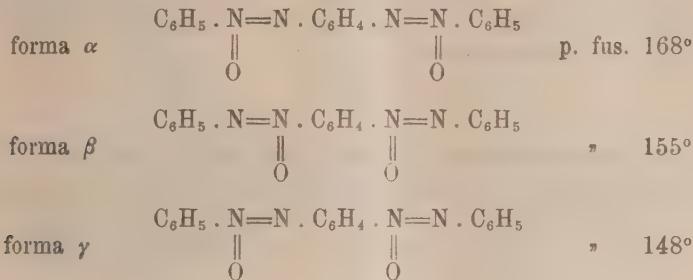


ovvero:



Come ho accennato nella Nota precedente il bisazossibenzolo (155°) per azione del bromo dà facilmente un bibromoderivato che fonde a 230°; invece l'isomero che fonde a 168°, a parità di condizioni, rimane in gran parte inalterato all'azione di questo reattivo.

Perciò, tenendo conto di quanto ho esposto nelle precedenti comunicazioni (¹) ai tre prodotti isomeri da me ottenuti e che precisamente corrisponderebbero a quelli preveduti dalla teoria, con molta probabilità saranno da assegnarsi le formole:



che in vista delle grandi difficoltà che presenta questo genere di studi, io naturalmente comunico con tutto riserbo.

PARTE Sperimentale.

Riduzione del bisazossibenzolo (p. f. 155°) — Grammi 1 di bisazossibenzolo si sciogliono in circa 300 c. c. di etere bollente, essendo assai poco solubile, ed il liquido si versa sopra un eccesso di amalgama di alluminio, preparata secondo le prescrizioni di W. Wislicenus. La riduzione procede molto vivace, dopo circa mezz'ora si filtra ed al liquido limpido si aggiunge a piccole porzioni per volta dell'ossido di mercurio preparato di recente e secco, fino a che questo più non viene ridotto. Il liquido, dapprima giallognolo, diventa rosso e per evaporazione del solvente rimane il bisazobenzolo che viene ricristallizzato una volta da alcool bollente. Si ottengono lamine rosse, che fondono a 168°, del tutto identiche al prodotto di Mills. gr. 0,1382 di sostanza diedero c. c. 23,3 di azoto a 17° e 753 mm.

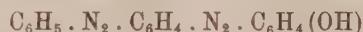
	Trovato	Calcolato per $\text{C}_{16}\text{H}_{14}\text{N}_4$
N	19,66	19,58

Sintesi del p-ossibisazobenzolo. — Siccome il p-amminoazobenzolo fornisce un cloridrato pochissimo solubile in acqua, così ho dovuto operare in soluzione acetica.

Alla soluzione di 2 gr. di p-amminoazobenzolo in 30 c. c. di acido acetico glaciale vennero aggiunti 10 c. c. di acido cloridrico fumante; si separa tosto una parte del cloridrato e nel liquido raffreddato con ghiaccio si versano poco per volta gr. 0,7 di nitrito sodico, sciolto in pochissima acqua.

(¹) Questi Rendiconti, vol. XXII (1913), 1^o sem., pag. 282.

In tal modo i cristalli del cloridrato man mano scompariscono ed il liquido fortemente colorato in rosso finisce col diventare limpido. Dopo 10 minuti si aggiunge alla soluzione del diazocomposto 1 grammo di fenolo sciolto in poco acido acetico e dopo altri 10 minuti si sovratasatura prima con acetato e successivamente con carbonato sodico. Si separa così un prodotto giallognolo che venne lavato con acqua, asciugato e poi cristallizzato da benzolo. È identico al prodotto che fonde a 185°,



avuto dal bisazossibenzolo (155°) per mezzo della trasposizione di Wallach. gr. 0,1648 di sostanza diedero c. c. 26,3 di azoto a 16° e 752 mm.

	Trovato	Calcolato per $\text{C}_{18}\text{H}_{14}\text{N}_4\text{O}$
N	18,66	18,54

La sua struttura perciò rimane stabilita con tutta sicurezza. Bollito in soluzione di alcool assoluto, in presenza della quantità calcolata di etilato sodico e ioduro di etile, fornisce facilmente il *derivato etilico*, che purificato da benzolo si presenta in laminette rosse, splendenti che fondono a 138° in un liquido torbido; poi si rapprende di nuovo e solamente verso 210° diventa limpido.

gr. 0,1563 di sostanza diedero c. c. 23 di azoto a 20°,5 e 747 mm.

	Trovato	Calcolato per $\text{C}_{20}\text{H}_{18}\text{N}_4\text{O}$
N	16,82	16,97

3. *Azione dell'acido solforico a 0° sopra sopra il bisazossibenzolo (155°).* Il bisazossibenzolo viene sciolto a piccole porzioni in acido solforico concentrato e raffreddato accuratamente con ghiaccio; per ogni grammo dell'azossicomposto si prendono circa 10 c. c. di acido.

Il liquido si colora in rosso bruno, e dopo un intervallo di 5-6 ore (avvertendo di mantenere sempre in ghiaccio) lo si versa sopra del ghiaccio frantumato ed agitando continuamente; in tal modo si separa una massa violacea (un solfato?) che per successivi lavaggi con acqua si trasforma in una polvere giallognola, cristallina. Il prodotto così ottenuto viene trattato con soda molto diluita; una parte si scioglie con colorazione rossa intensa, mentre rimane indisciolta una polvere gialla cristallina. Siccome per filtrazione si separano male è preferibile riscaldare per una mezz'ora il liquido a b. m. e poi lasciar riposare fino al domani; in tal modo la parte gialla insolubile si deposita sul fondo della bevuta sotto forma di uno strato abbastanza compatto e per mezzo di un sifone si separa facilmente il liquido limpido sovrastante. Quest'ultimo si acidifica con acido solforico diluito, il quale determina la separazione di una massa verdognola che viene accuratamente lavata con acqua, asciugata a 100° e poi ricristallizzata da benzolo

bollente. Si ottengono così cristallini di un bel rosso rubino che fondono a 203° e che si sciolgono negli alcali con colorazione rossa.

È un isomero del prodotto di partenza, ma a differenza di questo contiene un ossidrile.

gr. 0,1441 di sostanza diedero c. c. 21,9 di azoto a 17°,5 e 746 mm.

	Trovato	Calcolato per C ₁₈ H ₁₄ N ₄ O ₂
N	17,51	17,61

Derivato monobenzoilico. — La sostanza venne sciolta in soda al 10% e trattata con cloruro di benzoile nel solito modo. Il prodotto viene purificato da benzolo, da cui si separa in cristalli gialli che fondono a 178°. gr. 0,1550 di sostanza diedero c. c. 17,6 di azoto a 17°,5 e 744 mm.

	Trovato	Calcolato per C ₂₈ H ₁₈ N ₄ O ₂
N	18,07	18,27

Derivato monoetilico. — Con etilato sodico e ioduro di etile in soluzione alcoolica, per ebollizione di qualche ora, fornisce un derivato monoetilico che si presenta, ricristallizzato da benzolo, in prismi aranciati che fondono a 142° in un liquido torbido che verso 180° diventa limpido: anche qui probabilmente si tratta dei cosiddetti cristalli liquidi.

gr. 0,1455 di sostanza diedero c. c. 20,8 di azoto a 22° e 747 mm.

	Trovato	Calcolato per C ₂₀ H ₁₈ N ₄ O ₂
N	16,26	16,19

La polvere gialla che rimane indisciolta nell'alcool viene raccolta su filtro e lavata dapprima con soda diluitissima e poi con acqua fino a che il liquido passa incoloro. Infine si asciuga a b. m. e quindi si ricristallizza più volte da benzolo, nel quale a caldo è molto solubile. Si ottengono così lamine splendenti, giallo-aranciate che fondono a 168°.

gr. 0,1918 di sostanza diedero gr. 0,4785 di CO₂ e gr. 0,0787 di H₂O.

gr. 0,1411 di sostanza diedero c. c. 21,5 di azoto a 751 mm. e 14°,5.

	Trovato	Calcolato per C ₁₈ H ₁₄ N ₄ O ₂
C	68,04	67,92
H	4,60	4,40
N	17,88	17,61

È perciò un isomero del bisazossibenзолo che fonde a 155° (il quale si presenta in lamine gialle, che rassomigliano al iodoformio); ma a differenza di questo non reagisce con bromo a freddo e nemmeno viene modificato dall'acido solforico a 0°. Riscaldato invece con questo reattivo per circa un'ora a 100° dà un liquido intensamente colorato in violetto dal quale

nel modo detto più volte si ricava l'ossiazoderivato che fonde a 185°, identico a quello avuto dall'isomero che fonde a 155°:



e che venne come al solito purificato da benzolo.

gr. 0,1442 di sostanza diedero c. c. 23,6 di azoto a 23°,5 e 748 mm.

	Trovato	Calcolato per $\text{C}_{18}\text{H}_{14}\text{N}_4\text{O}$
N	18,55	18,54

Rimane indisciolta in benzolo la solita polvere nera, solubile negli alcali con colorazione rossa, probabilmente il biossiderivato:



Ridotto in soluzione etera con amalgama di alluminio, come si è fatto per il precedente isomero, e successivamente ossidando con ossido di mercurio, fornisce del pari il bisazobenzolo di Mills,



che per caso fonde anche alla stessa temperatura, ma però è colorato in rosso.
gr. 0,1488 di sostanza diedero c. c. 25,4 di azoto a 23°,3 e 755 mm.

	Trovato	Calcolato per $\text{C}_{18}\text{H}_{14}\text{N}_4$
N	19,54	19,58

Il benzolo da cui venne separato il bisazossicomposto che fonde a 168° viene evaporato ed il residuo ricristallizzato da alcool; si separa di nuovo prodotto che fonde a 168° e nelle acque madri rimane in piccola quantità una sostanza più solubile che alla fine viene ricristallizzata un paio di volte da ligroina (100-110°). Si ottengono così laminette splendenti, che fondono a 148°, ma il cui colore tende ancora più all'aranciato del prodotto che fonde a 168°.

gr. 0,0997 di sostanza diedero c. c. 15,7 d'azoto a 24° e 750 mm.

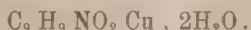
	Trovato	Calcolato per $\text{C}_{18}\text{H}_{14}\text{N}_4\text{O}_2$
N	17,86	17,61

L'acido solforico concentrato a 0° non lo altera e per riduzione nel solito modo fornisce a sua volta il bisazobenzolo di Mills. Si tratta quindi con tutta probabilità di un terzo bisazossibenzolo, ma la quantità di cui potevo disporre non mi ha permesso di studiarlo ulteriormente.

Ringrazio i dottori Luigi Alessandri e Bruno Valori che mi sono stati di valido aiuto anche nell'esecuzione delle presenti ricerche.

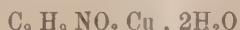
Chimica. — *Ancora due parole al prof. L. Balbiano. Nota del Socio A. ANGELI.*

Il prof. L. Balbiano, a proposito di alcuni appunti che io aveva fatto ad esperienze sue (novembre 1911) ⁽¹⁾ mi ha risposto con qualche ritardo (marzo 1912) ⁽²⁾ perchè, dice lui, ha voluto corredare la sua risposta con i necessari fatti sperimentali. E nella sua Nota infatti si trovano riportati i dati analitici che riguardano il composto ramico da lui ottenuto dal fenil-acetone, determinati con quella esattezza e scupolosità che sono in lui abituali e che lo portano ad affermare: *da questi dati mi ritengo autorizzato a concludere che il sale ramico è rappresentato dalla formula*



Ciò lo portava, come conseguenza logica, anche ad escludere la presenza, da me affermata, dell'acido benzoidrossammico, aggiungendo che si tratta puramente di una mia supposizione, non corredata da fatti sperimentali quantitativi.

Sebbene le asserzioni del prof. Bälbiani sieno ben determinate e recise, io ho egualmente giudicato opportuno di ripetere le esperienze sue, appor-tando loro però quelle modificazioni che il più elementare buon senso mi suggeriva. Ed il riassunto di queste ricerche (maggio 1912) si trova esposto nella Nota successiva ⁽³⁾, dalla quale risulta che *il sale*



del prof. Balbiano è costituito da un miscuglio di sali.

Sembra però che nemmeno il prof. Balbiano sia rimasto persuaso di quanto io aveva trovato e perciò egli a sua volta ha stimato conveniente di ripetere le esperienze mie, seguendo però le mie prescrizioni; ne risultò che non solo si tratta di un miscuglio di sali di rame, ma che nemmeno reggono più le due molecole di acqua di cristallizzazione che egli giudicò opportuno di incorporare al suo prodotto, giacchè egli stesso conclude (maggio 1913) ⁽⁴⁾: *devo però modificare l'interpretazione attribuendo ad acqua di composizione di una parte dei sali costituenti la miscela quella che si ritenne acqua di cristallizzazione.* Non solo ma riconosce che in al-

⁽¹⁾ Questi Rendiconti, vol. XX (1911), 2^o sem., 445.

⁽²⁾ Ibid. vol. XXI (1912), 1^o sem., 389.

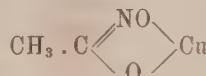
⁽³⁾ Ibid. vol. XXI (1912), 1^o sem., 622.

⁽⁴⁾ Questi Rendiconti, vol. XXII (1913), 1^o sem., 575.

cuni casi i $\frac{2}{3}$ del miscuglio dei sali di rame è formato dall'acetilbenzilidrossilammina, da me isolata e caratterizzata!

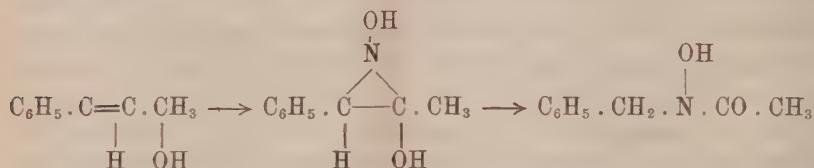
Dopo una ritrattazione di questo genere ognuno comprende che io non avrei altro da aggiungere, se un nuovo dubbio non fosse sorto nella mente del prof. Balbiano.

Trattanto infatti con acqua il miscuglio di acidi greggi avuti dal suo sale per azione dell'acido solforico diluito, il prof. Balbiano ottenne un prodotto che fonde a 85-90°, il quale con acetato di rame dà un sale che contiene il 27.6% di metallo, vale a dire una quantità molto superiore a quella richiesta dall'acido benzidrossammico e dalla acetilbenzilidrossilammina. Subito però si capisce che il nuovo imbroglie del prof. Balbiano è senza dubbio dovuto al fatto che egli ha analizzato nuovamente un miscuglio; è noto infatti che anche l'acido benzidrossammico è solubile in acqua e che qui si tratta di questo acido mescolato ad un altro che fonde più basso: con tutta probabilità l'acido acetoidrossammico che secco sopra acido solforico fonde a 88° e che proviene dal fenilacetone in modo analogo all'acido benzidrossammico. Il suo sale di rame (¹):

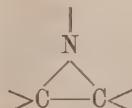


contiene il 46.5% di metallo e perciò è facile comprendere come un miscuglio dei due sali di rame, quello dell'acido benzidrossammico (che ne contiene il 18,9%) e quello dell'acido acetoidrossammico possa essere in pieno accordo con le esatte determinazioni quantitative del prof. Balbiano, senza aver bisogno di ricorrere alle costruzioni grafiche di cui è corredata la sua Nota.

Devo toccare un altro punto ancora. Il prof. Balbiano quando vuole spiegare la formazione dell'acetilbenzilidrossilammina, dice che non ci vorrà gran perspicacia nel lettore per rilevare la derivazione dei tre composti:

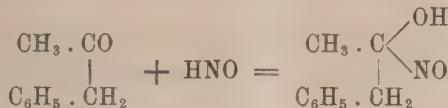


Forse sarà perchè io non possiedo la perspicacia cui egli allude, ma confesso che il termine ipotetico di mezzo che egli tira in ballo non mi persuade affatto, giacchè esso contiene uno di quelli anelli:

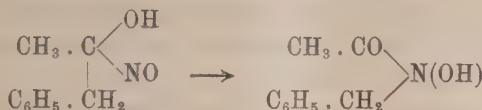


(¹) Gazzetta Chimica, vol. XXXI (1901), parte 2^a, 92.

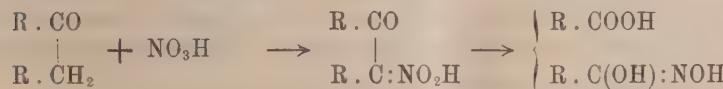
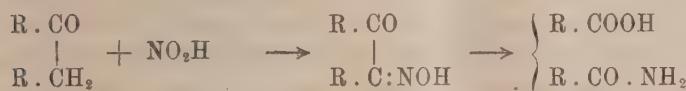
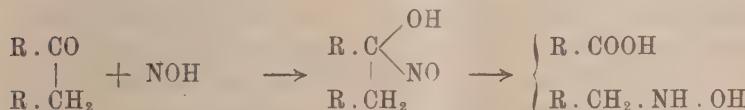
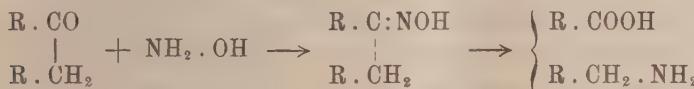
la cui esistenza non venne finora constatata con sicurezza. Io invece preferirei ammettere che in una prima fase il nitrossile si addizioni al carbonile, come è stato dimostrato da O. Baudisch ⁽¹⁾ per altri casi:



e che sia appunto questo termine che si isomerizza in seguito ad una trasposizione analoga a quella di Beckmann per le ossime:



Per meglio porre in rilievo queste analogie, dirò che idrossilammina e nitrossile reagiscono col gruppo carbonilico, mentre invece l'acido nitroso e l'acido nitrico (nitrato di etile in presenza di etilato sodico, secondo quanto a suo tempo io ho proposto) reagiscono col metilene. E rappresentando le sostanze che dapprima si formano, e successivamente i loro prodotti di scissione, avremo il seguente schema che meglio pone in rilievo le analogie in parola:



In ogni caso si forma lo stesso acido assieme ai prodotti di successiva ossidazione dell'ammina.

E fu basandomi sopra queste considerazioni che io ho trovato che la acetilbenzilidrossilammina da me isolata dal miscuglio di sali del prof. Bal-

(¹) Berliner Berichte, 45 (1912), 1775.

biano, si forma con rendimento molto migliore quando si operi con etilato sodico ed alcool assoluto. L'azione del nitrato di etile in presenza di etilato sodico sopra il fenilacetone è stata studiata da L. Alessandri e da me ancora lo scorso anno.

Per oggi non aggiungo altro; voglio solamente avvertire il prof. Balbiano che prima di dare certi consigli che non hanno da fare con la chimica, bisogna essere ben sicuri di avere realmente esposti i fatti come stanno, vale a dire di avere detta tutta la verità. ciò che il prof. Balbiano ha dimenticato di fare, oppure l'ha fatto a modo suo. Egli dice infatti che se il prof. Angeli « mi avesse usata la cortesia di farmi leggere la sua Nota prima della stampa, come ho ritenuto doveroso farlo io per la risposta alla sua prima Nota, si sarebbe risparmiato un atto che non è certamente indicato nelle buone regole di monsignor Della Casa ».

No, prof. Balbiano, le cose non stanno in questi termini: la prima Nota che egli ha scritta, nel settembre 1911 (¹) era solo in apparenza rivolta contro il suo collaboratore dott. Paolini, mentre in realtà era diretta contro di me, allo scopo di screditare la reazione mia, che egli non ha saputo applicare, e perciò dare esclusivamente ad essa la colpa di tutti gli errori nei quali egli è successivamente caduto. E proprio questa Nota egli l'ha fatta stampare senza prima farmela leggere, vale a dire senza usarne quella tale cortesia che egli avrebbe pretesa in seguito da me e perciò io gli ho respinto senz'altro il manoscritto della sua seconda Nota (maggio 1912) (²) che egli, non so per quale ragione, aveva creduto opportuno stavolta di inviarmi.

Le cose stanno così e non altrimenti, e perciò la verità prima di tutto. Vero è invece, e qui lo ripeto per la terza volta, che appena apparso il suo lavoro (1906) io l'ho avvertito che le sue presunte aldeidi erano invece chetoni e precisamente identici a quelli che ancora due anni prima (1904) aveva descritti Wallach: se il prof. Balbiano non ha voluto allora tenere conto del mio avvertimento, saprà lui per quale ragione non l'ha fatto.

Ora poi, in mancanza di altro, vien fuori anche col dar la causa all'eccesso di alcali da lui impiegato, giacchè egli dice che le condizioni di alcalinità non sono precise; ragioni, come ognun vede che fanno venire alla mente quello studente di pittura che per riprodurre una certa tinta del cielo chiedeva al suo maestro quanti grammi di biacca e quanti grammi di bleu di cobalto era necessario adoperare.

Anche la buona riuscita delle esperienze dipende dal buon senso di chi opera, di quel fattore che in verità non si può valutare in centimetri o grammi o secondi, ma senza del quale è molto facile, per adoperare una frase del prof. Balbiano, dar prova della propria inettitudine alla critica sperimentale.

(¹) Questi Rendiconti, vol. XX (1911), 2^o sem. 245.

(²) Questi Rendiconti, vol. XXI (1912), 1^o sem., 389.

Matematica. — *Sul calcolo della funzione di Green per le equazioni differenziali e integro-differenziali di tipo parabolico.*
Nota di G. C. EVANS (Houston, U. S. A.) presentata dal Socio V.
VOLTERRA.

Il prof. Hilbert ha esposto, nel suo recente libro sulle equazioni integrali⁽¹⁾, un bel metodo per trovare la funzione di Green per l'equazione differenziale di tipo ellittico $L(u) + \lambda u = 0$, data quella per l'equazione $L(u) = 0$. Questo metodo dà risultati interessanti, se è applicato ad equazioni di altri tipi. In questa Nota deduco la formula per la funzione di Green per l'equazione differenziale

$$(1) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} = A(x, t) u(x, t)$$

e poi per l'equazione integro-differenziale

$$(2) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} = \int_{t_0}^t A(x, t, \tau) u(x, \tau) d\tau,$$

in cui t_0 sarà definito in seguito⁽²⁾. La (2) si può generalizzare in più modi.

1. In primo luogo è necessario definire la funzione di Green. Considereremo un campo σ , indicandolo anche col simbolo $t_0 \sigma t_1$, il cui contorno, chiamato dal prof. Levi *di seconda specie*⁽³⁾, è composto delle linee $t = t_0$, $t = t_1$, $x = \xi_1(t)$, $x = \xi_2(t)$, ove le funzioni $\xi_1(t)$ e $\xi_2(t)$ sono, colle loro derivate del primo ordine, continue per $t_0 \leq t \leq t_1$. Indicheremo questo contorno, senza la retta $t = t_1$, preso nel senso positivo, col simbolo $t_0 \circ t_1$.

Diremo che una funzione $u(x, t)$ è regolare in $t_0 \sigma t_1$, se $u(x, t)$ e $\frac{\partial u(x, t)}{\partial x}$ sono limitate e continue in σ , e $\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}$ e $\frac{\partial u(x, t)}{\partial t}$ sono continue fuorchè lungo certe linee distribuite in modo regolare, e integrabili (cioè tali che $\int \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} dx = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}$ ecc.).

⁽¹⁾ D. Hilbert, *Grundzüge einer allgemeinen theorie der linearen Integralgleichungen* [Lipsia, 1912]. a pag. 63.

⁽²⁾ Per questa equazione e per i relativi teoremi di esistenza vedi Evans: *The reduction of certain types of integro-differential equations*, cap. II [da pubblicarsi nelle Transactions of the American Mathematical Society]. Citeremo questa Memoria in seguito colla lettera α .

⁽³⁾ E. E. Levi, *Sull'equazione del calore* [Annali di Matematica, 1908] a pag. 199. Citeremo questa Memoria in seguito colla lettera β .

La funzione di Green per l'equazione (1) sarà una funzione $G(x, t|x_1, t_1)$, soluzione dell'equazione aggiunta alla (1):

$$(3) \quad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial v}{\partial t} = A(x, t) v$$

tale che si abbia

$$(3') \quad G(x, t|x_1, t_1) = h_{0\frac{1}{2}}(x, t|x_1, t_1) + G'(x, t|x_1, t_1)$$

in cui col prof. Levi (vedi β a pag. 201) poniamo

$$h_{\alpha\beta}(x, t|x_1, t_1) = \frac{(x_1 - x)^\alpha}{(t_1 - t)^\beta} e^{-\frac{(x_1 - x)^2}{4(t_1 - t)}}.$$

$G'(x, t|x_1, t_1)$ sarà una funzione regolare, la quale prenderà in modo continuo i valori

$$(3'') \quad \begin{aligned} G'(x, t|x_1, t_1) &= 0 && \text{lungo } t = t_1 \\ G'(x, t|x_1, t_1) &= -h_{0\frac{1}{2}}(x, t|x_1, t_1) && \text{lungo } x = \xi_1(t) \text{ e lungo } x = \xi_2(t), \end{aligned}$$

se (x_1, t_1) è dentro al campo σ , non sul contorno.

È facile dimostrare che la funzione G è univocamente determinata, e che, se esiste, si avrà

$$(4) \quad u(x_1, t_1) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{t_0}^{s_{t_1}} u(x, t) \left\{ G(x, t|x_1, t_1) dx - \frac{\partial}{\partial x} G(x, t|x_1, t_1) dt \right\},$$

purchè $u(x, t)$ sia soluzione regolare della (1), continua al contorno di σ .

2. Si è stabilito il fatto che, data una catena continua di valori lungo s , esiste una e una sola soluzione regolare dell'equazione (1) tale che prenda in modo continuo quei valori al contorno, purchè la funzione $A(x, t)$ sia limitata, continua, e abbia una derivata continua rispetto alla t ⁽¹⁾, oppure sia limitata, continua e soddisfi alla condizione del Levi ⁽²⁾. L'ultima ipotesi è la nostra. Questa soluzione soddisfa all'equazione integrale

$$(5) \quad u(x, t) = u'(x_1, t_1) + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \iint_{t_0 \sigma_{t_1}} A(x, t) g(x, t|x_1, t_1) u(x, t) d\sigma,$$

in cui $g(x, t|x_1, t_1)$ è funzione di Green per l'equazione $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} = 0$,

⁽¹⁾ W. H. Hurwitz, *Randwertaufgaben bei Systemen von linearen partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung* [Diss. Göttingen, 1910], a pag. 88. Vedi anche β , § 2, e α , cap. II.

⁽²⁾ Vedi β a pag. 289, per questa condizione.

e $u'(x_1, t_1)$ è la soluzione di quell'equazione prendendo i dati valori sul contorno, e cioè

$$(5') \quad u'(x_1, t_1) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{t_0 \sigma t_1} u(x, t) \left\{ g(x, t|x_1, t_1) dx - \frac{\partial}{\partial x} g(x, t|x_1, t_1) dt \right\}.$$

L'equazione (5) ha l'unica soluzione seguente:

$$(6) \quad u(x_1, t_1) = u'(x_1, t_1) - \iint_{t_0 \sigma t_1} \gamma(x, t|x_1, t_1) u'(x, t) d\sigma,$$

in cui $\gamma(x, t|x_1, t_1)$ è la funzione associata ⁽¹⁾ alla funzione

$$\frac{A(x, t)}{2\sqrt{\pi}} g(x, t|x_1, t_1)$$

per mezzo della relazione di Volterra pel campo considerato (vedi α, cap. II):

$$(7) \quad \begin{aligned} \gamma(x, t|x_1, t_1) + \frac{A(x, t)}{2\sqrt{\pi}} g(x, t|x_1, t_1) &= \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{t_0 \sigma t_1} \int \gamma(x, t|\xi, \tau) A(\xi, \tau) g(\xi, \tau|x, t) d\sigma = \\ &= \frac{A(x, t)}{2\sqrt{\pi}} \int_{t_0 \sigma t_1} \int g(x, t|\xi, \tau) \gamma(\xi, \tau|x_1, t_1) d\sigma. \end{aligned}$$

Consideriamo ora la funzione

$$(8) \quad -\frac{2\sqrt{\pi}}{A(x, t)} \gamma(x, t|x_1, t_1) = g(x, t|x_1, t_1) - \iint_{t_0 \sigma t_1} g(x, t|\xi, \tau) \gamma(\xi, \tau|x_1, t_1) d\sigma.$$

Abbiamo il teorema:

Se $\gamma(x, t|x_1, t_1)$ è la funzione associata a $\frac{A(x, t)}{2\sqrt{\pi}} g(x, t|x_1, t_1)$

per mezzo della relazione di Volterra (7) pel dato campo σ , allora la funzione di Green per l'equazione (1) è

$$G(x, t|x_1, t_1) = -\frac{2\sqrt{\pi}}{A(x, t)} \gamma(x, t|x_1, t_1).$$

⁽¹⁾ È nucleo dell'equazione risolvente dell'equazione integrale di cui il nucleo è la funzione data.

3. Infatti, si dimostra facilmente che la funzione $\gamma(x, t|x_1, t_1)$ come funzione di x e t , purchè $(x, t) \neq (x_1, t_1)$, soddisfa alla condizione di E. Levi (vedi α cap. II, § 5). Ne segue, se poniamo $G = h_{\sigma} + G'$, in cui sia

$$G'(x, t|x_1, t_1) = g'(x, t|x_1, t_1) - \int_{t_0 \sigma_{t_1}}^t g(x, \tau|x_1, t_1) \gamma(\xi, \tau|x_1, t_1) d\sigma,$$

che la $G'(x, t|x_1, t_1)$ è funzione regolare in x, t , purchè (x, t) sia dentro σ , non sul contorno. Per vedere ciò, è necessario solamente riguardare le formole esplicite per le derivate ⁽¹⁾. Inoltre si ha ovviamente dalla (8) che la $G'(x, t|x_1, t_1)$ soddisfa alle condizioni $(3'')$, per contorno.

Finalmente, se calcoleremo l'espressione differenziale $\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial G}{\partial t}$, avremo dalla (8) e dalle formole esplicite per le derivate

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial G}{\partial t} &= 0 - 2\sqrt{\pi} \gamma(x, t|x_1, t_1) \\ &= A(x, t) G(x, t|x_1, t_1), \end{aligned}$$

e quindi la $G(x, t|x_1, t_1)$ è la desiderata funzione di Green per l'equazione (1).

Nel solito modo si dimostra che $H(x, t|x_1, t_1) = G(x_1, t_1|x, t)$ è la funzione di Green per l'equazione aggiunta (3).

4. Consideriamo finalmente l'equazione integro-differenziale (2). Rispetto al campo σ assumiamo, oltre le condizioni specificate nel principio, che $\xi'_1(t) < 0$ e $\xi'_2(t) > 0$ ⁽²⁾. Con (x, t_x) denotiamo quel punto del contorno di cui una coordinata è x . Rispetto alla $A(x, t, \tau)$, supponiamo che essa sia continua nelle tre variabili x, t, τ e soddisfi alla condizione del Levi, essendo (x, t) e (x, τ) punti dentro σ .

La soluzione della (2) determinata per mezzo di una catena continua di valori sul contorno $t_0 \sigma_{t_1}$ si può scrivere come la soluzione dell'equazione integrale

$$(9) \quad u(x_1, t_1) = u'(x_1, t_1) + \int_{t_0 \sigma_{t_1}}^{t_1} K(x, t|x_1, t_1) u(x, t) d\sigma,$$

essendo $u'(x_1, t_1)$ la funzione definita colla (5), e $K(x, t|x_1, t_1)$ la funzione

$$(10) \quad K(x, t|x_1, t_1) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_t^{t_1} g(x, \tau|x_1, t_1) A(x, \tau, t) d\tau.$$

⁽¹⁾ Vedi β, § 22. Infatti, si deve far uso dell'analisi corrispondente per l'equazione aggiunta.

⁽²⁾ Pel campo prima specificato si ha un'equazione integro-differenziale diversa, ma la generalizzazione non è difficile.

Quindi si ha

$$(10') \quad u(x_1, t_1) = u'(x_1, t_1) - \iint_{t_0 \sigma t_1} k(x, t | x_1, t_1) u'(x, t) d\sigma,$$

in cui $k(x, t | x_1, t_1)$ è determinata per mezzo della *relazione di Volterra* pel dato campo (vedi α , cap. II):

$$\begin{aligned} (11) \quad k(x, t | x_1, t_1) + K(x, t | x_1, t_1) &= \int_{t_0 \sigma t_1} \int k(x, t | \xi, \tau) K(\xi, \tau | x_1, t_1) d\sigma \\ &= \int_{t_0 \sigma t_1} \int K(x, t | \xi, \tau) k(\xi, \tau | x_1, t_1) d\sigma. \end{aligned}$$

5. Formiamo ora la funzione

$$(12) \quad S(x, t | x_1, t_1) = g(x, t | x_1, t_1) - \iint_{t_0 \sigma t_1} g(x, t | \xi, \tau) k(\xi, \tau | x_1, t_1) d\sigma$$

che chiameremo *funzione di Green estesa* per l'equazione (2). Infatti, si dimostra facilmente che è regolare, e come si vede per mezzo della (11), è soluzione dell'equazione aggiunta seguente

$$(13) \quad \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial S}{\partial t} = \int_t^{t_1} S(x, \tau | x_1, t_1) A(x, \tau, t) d\tau,$$

e si può scrivere nella forma (3'), sotto le condizioni (3'').

Per mezzo di un cambiamento nell'ordine dell'integrazione analogo a quello per mezzo del quale si stabilisce la (13), abbiamo il fatto che

$$\begin{aligned} \iint_{t_0 \sigma t_1} \left\{ v(x, t) \int_{t_\alpha}^t A(x, t, \tau) u(x, \tau) d\tau - \right. \\ \left. - u(x, t) \int_t^{t_1} A(x, \tau, t) v(x, \tau) d\tau \right\} d\sigma = 0 \end{aligned}$$

purchè $u(x, t)$ e $v(x, t)$ siano funzioni limitate e continue.

Ne segue che, trasformando l'integrale doppio dell'espressione

$$v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} \right) - u \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial v}{\partial t} \right)$$

nel solito modo, abbiamo il teorema seguente:

Se $S(x, t | x_1, t_1)$ è la *funzione di Green estesa* per l'equazione (2), la funzione

$$(14) \quad u(x_1, t_1) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{t_0 \sigma t_1} u(x, t) \left\{ S(x, t | x_1, t_1) dx - \frac{\partial}{\partial x} S(x, t | x_1, t_1) dt \right\}$$

è la soluzione della (1) definita per mezzo della catena continua di valori $u(x, t)$ sul contorno $t_0 s_{t_1}$.

6. Sono giunto alle formole per queste funzioni di Green (8) e (12), non col metodo esposto, che è simile a quello del Hilbert, ma con un cambiamento di variabili nelle formole per le soluzioni delle equazioni differenziali e integro-differenziali di tipo parabolico, cercando così di scriverle come integrali lineari (vedi la (4) e la (14)) invece di integrali doppi, come sono espresse le soluzioni già ottenute (vedi la (6) e la (10')).

Notisi che la funzione di Green estesa che abbiamo trovato per la (2) non è funzione di Green nel senso consueto, perché l'espressione $\{vL(u) - uM(v)\} d\sigma$, in cui $L(u)$ e $M(v)$ sono le espressioni aggiunte integro-differenziali, non è differenziale esatta come nella teoria delle equazioni differenziali, ma si distingue da quella forma per mezzo di un termine il quale s'annulla solo quando viene integrato sopra tutto il campo σ . Nè si riduce per il metodo della moltiplicazione simbolica ad una funzione di Green, perché in quel metodo, che s'applica alle equazioni integro-differenziali in cui la variabile di integrazione non compare fra quelle di differenziazione, si ha, colla moltiplicazione simbolica, ma non con quella ordinaria che $\eta L(\xi) - M(\eta) \xi = 0$. Ma d'altra parte la funzione data dalla (12) si esprime in forma chiusa per mezzo della funzione di Green per l'equazione differenziale, e le funzioni di Green simboliche non hanno apparentemente quel vantaggio.

Matematica. — *Sull'esistenza della soluzione, in problemi di calcolo delle variazioni.* Nota di LEONIDA TONELLI, presentata dal Socio S. PINCHERLE.

I teoremi che finora si conoscono, circa l'esistenza del minimo per l'integrale $\int_C F ds$, presuppongono tutti la condizione fondamentale dell'essere la F funzione costantemente positiva, non nulla. Si presentano però alcuni problemi per i quali l'ipotesi suddetta non risulta del tutto verificata, problemi cioè in cui la F , pur restando di segno costante, può anche annullarsi nel campo che si considera. Un caso particolare importante, in cui appunto si va incontro all'annullamento detto, viene studiato nella prima parte della presente Nota. E vi si dimostra l'esistenza del minimo se l'integrale è del tipo $\int f(y) ds$, con $f(y)$ funzione non negativa e non decrescente. Questa proposizione trova applicazione in molti problemi anche classici, come, per esempio, quello della superficie d'area minima generata dalla rotazione, intorno ad un asse, di una curva passante per due punti dati.

Nella seconda parte della Nota si prende in considerazione un'altra singolarità degli integrali da render minimi. In tutti i ragionamenti del metodo classico del calcolo delle variazioni, ed anche in quelli che siamo andati sviluppando nei nostri precedenti lavori, si suppone sempre che la funzione da integrare resti costantemente finita e continua. Possono peraltro presentarsi casi (anche comuni) in cui la finitezza della funzione integranda viene a mancare. Per convincersene, basta pensare al problema che ha dato origine al calcolo delle variazioni: a quello della brachistocrona di un punto pesante. Se ci si mette nell'ipotesi, che sembra la più semplice, del punto abbandonato con velocità iniziale nulla; si è condotti precisamente a render minimo l'integrale di una funzione che è infinito proprio nella posizione iniziale. Per problemi di questa natura dà un teorema d'esistenza (n. 5), sotto condizioni che facilmente si verificano.

1. Occorre premettere il

LEMMA. — *Sia G una varietà di curve continue, rettificabili, date in un campo limitato. Se esistono due direzioni distinte, tali che ogni parallela all'una o all'altra contenga, di ciascuna curva della varietà, oltre a tratti continui, solo un numero di punti sempre minore di un numero fisso K — allora le curve della varietà hanno lunghezze tutte inferiori ad uno stesso numero, e la varietà è compatta⁽¹⁾.*

Si costruisca un parallelogramma che contenga in sè tutte le curve della varietà data e i cui lati abbiano le due direzioni di cui sopra. Siano a e b due suoi lati consecutivi, e se ne indichino le lunghezze con le stesse lettere. Considerata una qualunque curva C di G , si osservi che, per la sua rettificabilità e per un noto teorema di Cantor, è numerabile l'insieme J delle parallele ad uno qualunque dei lati a o b che ne contengono un tratto continuo (arco). Si inscriva arbitrariamente a C una poligonale P , il cui lato generico indicheremo con l . Se l non ha la direzione di b , una parallela qualunque a questo lato del parallelogramma o non l'incontra o l'incontra in un sol punto. Nel secondo caso, la retta considerata, se non appartiene a J , incontra certamente l'arco di C che corrisponde a l (e che ha gli stessi estremi) in almeno un punto non appartenente a tratti comuni alla retta ed alla curva. Ne viene che ogni retta parallela a b e non facente parte di J incontra P in un numero di punti isolati eventualmente nullo, ma sempre inferiore a K . E se ne deduce che, considerando i valori assoluti delle proiezioni dei lati di P su a , fatte nella direzione data da b , la loro somma resta inferiore a Ka , perchè nessun tratto del lato a può essere la proiezione di lati o parti di lati di P in numero uguale o superiore a K . Se infatti, così fosse, vi sarebbe, per la numerabilità di J una

(1) Per la definizione di insieme *compatto*, vedi M. Fréchet, *Sur quelques points du calcul fonctionnel* (Rend. Circ. mat. di Palermo, tom. XXII, 1906).

retta (anzi, infinite) parallela a b , non appartenente ad J , che incontrerebbe P in un numero di punti isolati maggiore o eguale a K . Analogamente dicasi per le proiezioni su b , fatte nella direzione a . Se ne conclude che il perimetro di P è inferiore a $K(a+b)$, ed anche, essendo P arbitrariamente inscritto in C , che la lunghezza di C è pur essa inferiore a $K(a,b)$. Il lemma è così dimostrato.

2. Sia $f(y)$ una funzione finita e continua, sempre positiva o nulla, e non decrescente. Si considerino (per ora) un campo convesso A (tale cioè che il segmento determinato da due suoi punti qualunque giaccia ancora nel campo) ed una curva C arbitraria, continua, rettificabile, congiungente due punti P_0 e P_1 , e appartenente per intero al campo A . Si inscriva nella C una poligonale π , in modo che si abbia

$$\left| \int_C f(y) ds - \int_{\pi} f(y) ds \right| < \varepsilon,$$

con ε numero prefissato. π risulta appartenente al campo A . Si operi su π come segue. Si sopprima quella parte massima di π , che eventualmente congiungesse il primo suo vertice con un altro punto della parallela all'asse y passante per quel vertice stesso, e la si sostituisca col segmento rettilineo avente gli estremi del pezzo di poligonale soppresso. La nuova poligonale così risultante rende l'integrale della f minore di $\int_{\pi} f ds$. Su essa si operi come sulla π , passando al terzo vertice, oppure al secondo, se la poligonale coincidesse con π . Si operi ugualmente sull'altra poligonale risultante, relativamente al quinto vertice (oppure al quarto), e così via. Si giungerà, in tal modo, a sostituire la primitiva π con un'altra poligonale π' , congiungente gli stessi punti P_0 e P_1 , che soddisfa alla $\int_{\pi'} f ds \leq \int_{\pi} f ds$ (l'uguale sussistendo solo nel caso $\pi' \equiv \pi$) e per la quale si presenta questo fatto: ogni parallela all'asse y o non l'incontra affatto o l'incontra in un sol punto, oppure contiene un suo lato ed esso solo. Si ha poi

$$\int_{\pi'} f ds < \int_C f ds + \varepsilon.$$

Si sostituiscano ora le parti di π' che hanno ambedue gli estremi sulla parallela all'asse x condotta per P_0 , e che rimangono tutte al di sopra di essa, coi segmenti rettilinei determinati dagli estremi stessi. Sulla nuova poligonale si operi come sulla π' , ma relativamente alla parallela condotta per il terzo vertice (oppure per il secondo, se essa poligonale coincidesse con π'); e così via. Si giungerà ad una poligonale π'' , congiungente P_0 e P_1 , e soddisfacente a queste condizioni: a) $\int_{\pi''} f ds \leq \int_{\pi'} f ds < \int_C f ds + \varepsilon$;

$\beta)$ ogni parallela all'uno o all'altro degli assi coordinati l'incontra in uno o due punti isolati al massimo, potendo eventualmente contenere anche un suo lato.

3. Quello che si è fatto nell'ipotesi del campo convesso, si può ripetere, con qualche maggiore complicazione, per un campo A qualsiasi, a connessione semplice o no, e avente un contorno composto di un numero finito di archi di curve, che per comodità supporremo analitiche. Allora ogni retta del piano conterrà, del contorno, eventualmente qualche arco ed un numero di punti isolati sempre inferiore ad un numero fisso; e presa una curva continua, rettificabile C del campo, congiungente, punti P_0 e P_1 , e fissato un ε , sarà sempre possibile sostituire la C con altra curva C' , pure del campo e congiungente gli stessi punti P_0 e P_1 , in modo che: $\alpha)$ sia $\int_{C'} f ds < \int_C f ds + \varepsilon$; $\beta)$ ogni parallela a l'uno o all'altro degli assi contenga di C' eventualmente degli archi e dei punti isolati, i quali ultimi in numero sempre inferiore ad un numero fisso (qualunque sia C e ε), dipendente solo dal contorno del campo.

4. Dopo ciò e giovandoci del lemma del n. 1, è facile stabilire l'esistenza del minimo per l'integrale della f nel campo A e per tutte le curve che congiungono i punti P_0 e P_1 . Si scelga, infatti, una successione di curve $C_1, C_2, \dots, C_n, \dots$ della classe detta e tali che il limite, per $n = \infty$, di $\int_{C_n} f ds$ sia il limite inferiore dell'integrale della f nella classe stessa. Preso poi un qualsiasi numero ε , positivo, arbitrario, si determini una curva C'_n di A, che congiunga P_0 e P_1 e soddisfi alla diseguaglianza

$$\int_{C'_n} f ds < \int_{C_n} f ds + \frac{\varepsilon}{n},$$

ed alla condizione $\beta)$ del numero precedente. È di conseguenza

$$\lim \int_{C'_n} f ds = \lim \int_{C_n} f ds,$$

e le C'_n ammettono (n. 1) una curva limite C, almeno. Ma, per essere $f(y) \geq 0$, l'integrale della f è una funzione semicontinua, inferiormente, della linea d'integrazione⁽¹⁾. È dunque

$$\int_C f ds \leq \min \lim \int_{C'_n} f ds = \lim \int_{C_n} f ds,$$

(1) H. Lebesgue, *Intégral, Langueur, Aire*, n. 83 (Annali di Matem., 1902). Una proposizione più generale è questa: « Se: 1°) è sempre $F_1(x, y, x', y') \geq 0$, dove F_1 è l'invariante di Weierstrass della solita funzione F del calcolo delle variazioni; 2°) nei

dove $\int_C f ds = \lim \int_{C_n} f ds$; e la curva C dà il minimo cercato. Si ha così la proposizione:

Se nel campo A del n. 3, è $f(y) \geq 0$, con $f(y)$ funzione finita e continua non decrescente, allora, fra tutte le curve continue, rettificabili che congiungono due qualsiasi punti P_0 e P_1 di A, ve n'è sempre almeno una che rende minimo l'integrale $\int f ds$.

Questa curva, eccettuati al più i punti che ha sulla retta $f(y) = 0$, soddisfa all'equazione differenziale di Eulero in tutti i suoi archi interni al campo.

Il teorema precedente si applica, per esempio, alla ricerca del minimo dell'integrale $\int y ds$, al quale si è condotti nel problema della superficie di rivoluzione d'area minima.

5. Occupiamoci ora dell'altra questione cui abbiamo accennato nell'introduzione.

Sia la funzione $f(x, y)$ finita e continua e maggiore di zero in tutti i punti del campo limitato e chiuso B, ad eccezione di quelli di un certo insieme E, nei quali diventi infinita; e precisamente, il comportamento della f nell'intorno dei punti di E sia tale che, preso un punto qualunque P di quest'insieme e un numero M positivo, grande a piacere, si possa sempre corrispondentemente determinare un numero positivo ϱ in modo che sia, per ogni punto (xy) di B, non appartenente ad E e interno al cerchio (P, ϱ) ,

$$f(x, y) > M.$$

Consideriamo due punti qualsiasi P_0 e P_1 di B, appartenenti o no ad E, e l'insieme G delle curve C continue rettificabili di B che congiungono P_0 e P_1 , che contengono di E al più un sottogruppo (che potrebbe eventualmente coincidere anche con E stesso) la cui misura lineare, contata dalla curva che si considera, sia nulla ⁽¹⁾; ed in modo anche che l'integrale

punti ove è $F_x = 0$ è $F_y = 0$, identicamente per ogni valore di x' e y' ; ed inoltre esiste per ognuno di tali punti un intorno in cui è sempre $F \geq 0$; allora l'integrale della F è funzione semicontinua inferiormente della linea d'integrazione ». Per la dimostrazione si procede in modo analogo a quello seguito al n. 12 della mia Memoria, *Sul caso regolare del calcolo delle variazioni* (Rend. Circ. mat. di Palermo, 1913).

(1) Ciò significa che è possibile racchiudere il sottogruppo in un insieme finito o numerabile di archi della curva detta in modo che la somma delle lunghezze di tali archi sia minore di un numero arbitrariamente scelto.

$\int_C f(x, y) ds$ esista determinato e finito (adottiamo qui la definizione d'integrale del Lebesgue). Ci proponiamo di dimostrare che

fra tutte le curve di G esiste il minimo per l'integrale $\int_C f(x, y) ds$.

Sia i il limite inferiore per l'integrale sopra scritto in G , e $C_1, C_2, \dots, C_n, \dots$ una successione di curve di G per le quali sia $\lim \int_{C_n} f ds = i$. L'insieme E è necessariamente chiuso. È perciò possibile determinare, corrispondentemente ad un numero positivo arbitrario M , un ϱ_M tale che la diseguaglianza $f > M$ sia verificata in tutti i punti interni a B , non di E , che appartengono ad almeno uno dei cerchi (P, ϱ_M) , dove P è un elemento qualsiasi di E . Inoltre, per un noto teorema di Borel, è possibile scegliere un numero finito di punti di E : $P^{(1)}, P^{(2)}, \dots, P^{(r)}$, in modo che nei cerchi $(P^{(1)}, \varrho_M), \dots, (P^{(r)}, \varrho_M)$ siano contenuti tutti i punti di E . Nella porzione di B non interna a questi cerchi la $f(xy)$ è finita e continua e maggiore di zero: è quindi possibile determinare un numero $m > 0$ tale che in essa sia sempre $f > m$. Abbiamo perciò, poichè M lo si potrà sempre prendere maggiore di m , $\int_{C_n} f ds > m \int_{C_n} ds$,

$$\text{Mimlim} \int_{C_n} ds < \frac{i}{m}.$$

Risulta così che tutte le lunghezze delle C_n restano inferiori ad un numero fisso: le C_n formano dunque una varietà compatta ed è possibile estiarre fra esse un'altra successione $C'_1, C'_2, \dots, C'_n, \dots$ tendente ad una curva limite C . Questa C sarà necessariamente rettificabile. Occorre mostrare che appartiene a G . L'insieme E' dei punti di E che si trovano su C ha una misura lineare, contata sulla C , nulla. Infatti, supposto il contrario e detta $\mu > 0$ la misura, risultando E' chiuso anch'esso, sarà possibile rinchiudere i punti di E' con un gruppo finito di archi α di C , le cui lunghezze abbiano una somma maggiore di μ , ma diversa da μ per quanto poco si vuole. Cosicchè in tutti i punti di B appartenenti ai cerchi di raggio $\frac{1}{2}\varrho_M$ ed aventi il centro sugli archi α , sarà $f > M$.

Indichiamo con $(\alpha, \frac{1}{2}\varrho_M)$ la regione formata da tutti questi punti. Indichiamo poi con α_n gli archi della curva C'_n che cadono interamente in $(\alpha, \frac{1}{2}\varrho_M)$, e con $\bar{\alpha}_n$ la somma delle loro lunghezze. È evidentemente, $\text{Mimlim} \bar{\alpha}_n > \mu$. Il contributo degli archi α_n in $\int_{C'_n} f ds$ è maggiore di $M \bar{\alpha}_n$, e quindi, da un certo n in poi, maggiore di M_μ . M è arbitrario, e se lo sceglieremo in modo che sia $M > \frac{2i}{\mu}$, avremo che, da un certo indice n in poi, il contributo detto sarà maggiore di $2i$, e quindi: $\int_{C'_n} f ds > 2i$. Questo

è assurdo perchè la successione C'_n è scelta nella C_n , e l'integrale calcolato sulla C_n tende ad i . μ dunque è zero.

L'integrale $\int_C f ds$ esiste determinato e finito. Invero, diciamo β gli archi di C complementari di quelli α . Poichè le curve C'_n tendono alla C , è possibile porre fra C'_n e C una corrispondenza biunivoca, continua e ordinata, in maniera tale che il punto P'_n di C'_n che corrisponde ad un punto P di C , tenda a questo al crescere all'infinito di n . Allora, agli archi β verranno a corrispondere degli archi β_n su C'_n , i quali tenderanno ai β per $n = \infty$. Consideriamo un arco $\bar{\beta}$ e il suo corrispondente $\bar{\beta}_n$. Sul primo la f resta sempre finita e continua; possiamo perciò circondarlo con una regione nella quale la f seguiti sempre a restar tale. E poichè è $f > 0$, avremo

$$\int_{\bar{\beta}} f ds \leq \text{Mimlim} \int_{\bar{\beta}_n} f ds,$$

$$\Sigma \int_{\bar{\beta}} f ds \leq \text{Mimlim} \Sigma \int_{\bar{\beta}_n} f ds.$$

Da ciò si deduce

$$\Sigma \int_{\bar{\beta}} f ds \leq \text{Mimlim} \int_{C'_n} f ds = i,$$

ed anche, facendo tendere a zero la somma degli intervalli α , che esiste il limite di $\Sigma \int_{\bar{\beta}} f ds$, determinato e finito. Con ciò è dimostrata l'integrabilità della f sulla C . Questa curva appartiene così all'insieme G . Resta a mostrarsi che il suo integrale è uguale a i . Ma questo risulta subito dalla ultima diseguaglianza scritta, per essere l'integrale calcolato sulla C il limite di $\Sigma \int_{\bar{\beta}} f ds$, quando gli archi α tendono in somma a zero. Il teorema è dunque dimostrato.

Se la f nei punti nei quali è finita e continua ammette anche le derivate parziali prime, pure finite e continue, allora la curva minimum (che non è necessariamente unica), gode di questa proprietà: ogni suo arco interno a B e non contenente punti di E , soddisfa all'equazione differenziale di Eulero, relativa al problema qui considerato.

Nel caso della brachistocrona a velocità iniziale nulla, l'insieme E è formato da tutti i punti dell'asse x (se questo è orizzontale, e l'origine è nel punto iniziale del movimento). L'integrale da render minimo è $\int \frac{ds}{\sqrt{y}}$, e le condizioni del nostro teorema sono soddisfatte.

6. *Osservazione.* — Tutti i risultati dati precedentemente valgono anche se si sostituiscono le curve che congiungono due punti fissi con quelle che congiungono due date linee; ed ancora se si sostituiscono con le curve chiuse che circondano, per es. certi spazi lacunari.

Chimica. — *Sui composti di ferriurea* (¹). Nota di G. A. BARBIERI, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

W. J. Sell (²) ottenne nel 1882, per azione del cloruro di cromile sull'urea, il composto $\text{Cr}''' \text{Cl}(\text{Cr}_2\text{O}_7) \cdot 6\text{CON}_2\text{H}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$ dal quale per doppio scambio preparò molti altri composti ben cristallizzati (nitrato, solfato, cloruro, bromuro, ioduro, carbonato ecc.) anch'essi corrispondenti alla formula generale $\text{Cr X}_3 \cdot 6\text{CON}_2\text{H}_4$.

La costituzione di questi composti venne messa in chiaro soltanto nel 1902 da A. Werner (³). Le sei molecole di urea sono, secondo Werner, coordinate attorno all'atomo di cromo così come le molecole di acqua negli aquosalì di cromo e le molecole di ammoniaca nelle cromiammine. Le molecole di urea sarebbero legate al cromo per valenze secondarie di ossigeno e non di azoto e quindi i composti di cromiurea sarebbero da avvicinarsi più ai sali idrati che alle metallammine.

Questo modo di vedere ebbe una conferma nel fatto osservato dal Pfeiffer (⁴) che il cloruro di cromiurea può venir preparato facendo agire a caldo l'urea sulla soluzione di cloruro cromico cioè per diretta sostituzione di molecole di acqua con molecole di urea.

Per la stretta analogia che gli aquosalì del ferro trivale presentano con quelli del cromo mi parve logico pensare che il ferro potesse dare dei composti corrispondenti a quelli di cromiurea. Tali composti di ferro sono stati da me ottenuti. Essi presentano coi composti di cromiurea perfetta analogia chimica e cristallografica. Il perclorato di ferriurea è solubile allo stato solido e in ogni rapporto nel perclorato di cromiurea, e lo stesso va ripetuto per il cloruro, il nitrato, il permanganato, il bicromato.

La costituzione proposta per i sali di cromiurea è quindi da attribuirsi anche a quelli di ferriurea cioè bisogna ammettere in essi un complesso $[\text{Fe}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6]$. Coll'esistenza di questo complesso sta in accordo il colore anormale che presentano i composti di ferriurea. Essi sono verdi-azzurri allo stato solido e in soluzione concentrata.

Le differenze che si notano tra i composti di ferriurea e quelli di cromiurea sono soltanto di ordine quantitativo. I primi si ottengono dai sali ferrici idrati spostando l'acqua con l'urea a freddo: i secondi si possono

(¹) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale dell'Università di Ferrara.

(²) Proc. Roy. Soc. 33 (1882) 267; 45 (1889), 321.

(³) Ann., 322 (1902), 296

(⁴) Ber., 36 (1903), 1926.

ottenere dai sali cromici idrati nello stesso modo ma soltanto con prolungato riscaldamento. Ciò prova a mio parere che l'acqua nei sali idrati di ferro è assai meno saldamente legata all'atomo metallico che non nei sali idrati di cromo.

Il complesso $[\text{Fe}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6]$ è meno stabile del complesso $[\text{Cr}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6]$ infatti le soluzioni diluite dei sali di ferriurea sono gialle, con ammoniaca danno idrato ferrico anche a freddo e non si poterono ottenere col ferro composti corrispondenti all'idrato e al carbonato di cromiurea.

Perclorato di ferriurea
 $[\text{Fe}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6](\text{ClO}_4)_3$.

Si ottiene facilmente, perchè poco solubile, aggiungendo ad una soluzione di perclorato ferrico acida per acido perclorico una soluzione concentrata di urea, oppure aggiungendo alla soluzione di un composto di ferriurea molto solubile (cloruro, nitrato ecc.) una soluzione concentrata di perclorato sodico. È una polvere bianco-azzurrognola costituita di cristallini microscopici aghiformi, poco solubile in acqua a freddo, molto più solubile a caldo. Il perclorato ricristallizzato dall'acqua calda si presenta in cristalli di un verde-azzurro molto pallido.

Calcolato per $\text{Fe}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6 \cdot (\text{ClO}_4)_3$		Trovato
Fe	7,82	7,68-7,85-7,92
N	23,53	23,25-23,41

Il perclorato di cromiurea non era stato descritto. Venne ottenuto trattando una soluzione di cloruro di cromiurea, preparato secondo Pfeiffer, con perclorato di sodio. È una polvere verde costituita di cristallini aghiformi, poco solubile in acqua a freddo, molto più a caldo. Ricristallizzato dall'acqua calda si ebbe in cristalli di un verde smeraldo.

Calcolato per $\text{Cr}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6 \cdot (\text{ClO}_4)_3$		Trovato
Cr	7,33	7,54
N	23,66	23,31

Dalle miscele delle soluzioni calde dei due perclorati si ottengono per raffreddamento dei cristalli misti tanto più verdi quanto più la miscela è ricca in cromo.

Nitrato di ferriurea
 $\text{Fe}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6 \cdot (\text{NO}_3)_3$.

In una soluzione concentrata di nitrato ferrico si introduce dell'urea in sostanza (6 mol. per un atomo di ferro) e si lascia cristallizzare la soluzione verdognola così ottenuta sull'acido solforico concentrato. Si formano

lentamente dei magnifici cristalli verde-azzurri, solubilissimi in acqua, un po' deliquescenti.

Calcolato per $\text{Fe}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6 \cdot (\text{NO}_3)_8$		Trovato
Fe	9,27	9,32-9,28
N	34,93	34,72

Il nitrato di ferriurea forma cristalli misti col nitrato di cromiurea.

Permanganato di ferriurea
 $[\text{Fe}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6] (\text{MnO}_4)_3$.

Da una soluzione concentrata di nitrato di ferriurea per aggiunta di permanganato sodico pure in soluzione concentrata e in eccesso si ebbe un precipitato cristallino nero, solubile in acqua con colorazione violetta e, allo stato solido, nel perclorato di ferriurea e nel permanganato di cromiurea in ogni rapporto.

Calcolato per $\text{Fe}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6 \cdot (\text{MnO}_4)_3$		Trovato
Fe	7,57	8,02
N	21,76	21,40

Bicromato di ferriurea
 $[\text{Fe}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6]_2 (\text{Cr}_2\text{O}_7)_3$.

Si prepara aggiungendo ad una soluzione concentrata di nitrato di ferriurea un eccesso di bicromato sodico in soluzione concentrata. Polvere cristallina giallo-aranciata: si altera alla luce diretta diventando verde.

Calcolato per $[\text{Fe}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6]_2 (\text{Cr}_2\text{O}_7)_3$		Trovato
Fe	7,55	7,46
Cr	21,11	21,24
$\text{Fe}_2\text{O}_3 + 3 \text{Cr}_2\text{O}_3$	41,64	41,76
N	22,72	22,44

Cloruro di ferriurea
 $\text{Fe}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6 \cdot \text{Cl}_3 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$.

Una soluzione molto concentrata di cloruro ferico un po' acida per acido cloridrice quando venga addizionata di urea in ragione di sei molecole per un atomo di ferro dapprima cambia colore; da gialla diventa verdastra poi deposita una polvere cristallina bianca solubilissima. Questa seccata fra carta e poi nel vuoto sull'anidride fosforica diede all'analisi i seguenti risultati:

Calcolato per $\text{Fe}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6 \cdot \text{Cl}_3$		Trovato
Fe	10,69	10,59
Cl	20,37	20,10
N	32,19	32,47

La polvere seccata fra carta perde sull'anidride fosforica nel vuoto 9,21% di acqua: calcolato per $3\text{H}_2\text{O}$ 9,37%.

Il cloruro di ferriurea forma soluzioni solide in tutti i rapporti col cloruro di cromiurea che pure cristallizza con tre molecole di acqua.

Bromuro di ferriurea
 $[\text{Fe}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6]\text{Br}_3 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$.

Una soluzione concentrata di bromuro ferrico per aggiunta di urea da rossa diventa verde e deposita una polvere cristallizzata bianco-verdognola estremamente solubile.

Calcolato per $\text{Fe}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6 \cdot \text{Br}_3 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$	Trovato
Fe 7,87	7,93
Br 33,79	33,49
N 23,69	23,32

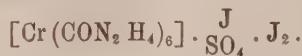
Una soluzione concentrata di bromuro di ferriurea dà per aggiunta di bromo un precipitato cristallino giallo-bruno che separato e seccato fra carta perde bromo rapidamente. Si tratta evidentemente di un perbromuro meno stabile del perbromuro di cromiurea $\text{Cr}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6 \cdot \text{Br}_3 \cdot 3\text{Br}_2$.

Nitrato-perioduro di ferriurea
 $[\text{Fe}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6] \frac{\text{J}}{(\text{NO}_3)_2} \cdot \text{J}_2$.

Se si aggiunge ad una soluzione concentrata di nitrato di ferriurea una soluzione concentrata di iodio in ioduro sodico (per ogni atomo di ferro sei molecole di ioduro e due atomi di iodio) si ha un precipitato cristallino rosso-bruno inalterabile all'aria costituito da prismi microscopici trasparenti.

Calcolato per $\text{Fe}(\text{CON}_2\text{H}_4)_6 (\text{NO}_3)_2 \text{J} \cdot \text{J}_2$	Trovato
Fe 6,07	6,49-5,87-6,08
J 41,36	40,93
N 21,30	20,91

Il nitrato-perioduro di cromiurea non è stato descritto. Si conosce un solfato perioduro che ha la formula



Mineralogia. — *Sulla cuspidina degli inclusi nel peperino dei Monti Albani* ⁽¹⁾. Nota di F. STELLA STARRABBA, presentata dal Socio E. STRUEVER.

I blocchi rigettati dai Vulcani Laziali ed inclusi nel peperino che ha tratto origine dalle esplosioni di questi sono, com'è noto, molto ricchi in specie minerali; questa ricchezza può ben paragonarsi con quella dei prodotti di simile natura che provengono dai tufi del Monte Somma e dei prodotti delle recenti esplosioni del Vesuvio; anzi, più si approfondiscono le indagini mineralogiche sulla regione Laziale, e meglio vengono colmandosi le lacune che finora si notano paragonando la serie delle varie specie note per i Vulcani Laziali con quella, ormai così numerosa e bene illustrata, del Somma-Vesuvio.

Devo alla cortesia del prof. Zambonini l'aver potuto recentemente studiare un interessante campione proveniente dal peperino d'Ariccia ed appartenente, ora, alla collezione dell'Istituto mineralogico dell'Università di Roma, che ha permesso, appunto, di annoverare fra i minerali dei Monti Albani una specie non ancora riscontratavi e già caratteristica, invece, pel Monte Somma, quale è la cuspidina.

Questo nuovo giacimento di cuspidina presenta un certo interesse, oltre che per la conoscenza dei prodotti dei vulcani Laziali, anche per il fatto che di tale minerale non si conoscono che due sole giaciture, e cioè: quella classica di Monte Somma e quella, nota solo da recente, ad opera di C. Palache ⁽²⁾, di Franklin-Furnace nello stato di New-Jersey (S. U. d'America).

Questa cuspidina, come quella del Monte Somma e quest'ultima di Ariccia, provengono tutte da calcarì metamorfosati.

Il campione studiato consiste appunto in un frammento di blocco di calcare metamorfosato, incluso nel peperino e trovato in una cava dei dintorni di Ariccia (Parco Chigi).

È d'un colorito grigio-verdastro chiaro, mostra ad un esame superficiale una discreta abbondanza di calcite che forma, insieme con un pirosseno verde, granulare, la massa del campione; su questa risaltano numerosi individui d'idocrasio. Le dimensioni di questi ultimi sono notevoli, oscillando da mm. 2 a 10 e la loro composizione chimica deve variare sensibilmente da un punto all'altro del campione, come fan supporre la variabile trasparenza e la

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto di Mineralogia della R. Università di Palermo diretto dal prof. Ferruccio Zambonini.

⁽²⁾ Ch. Palache, *Beitrag zur Mineralogie von Franklin-Furnace, N. J. Zeitschr. f. Kryst.*, etc., 47°, 583.

colorazione incostante, passante dal giallo-miele al giallo-bruno scuro. È pure abbondante la mica in lamelle leggermente verdastre e diafane, disseminate nella massa di calcite e pirosseno.

Relativamente scarso, invece, è un granato verdastro in piccoli individui, con {110} predominante; qua e là infine si osservano fascetti d'un minerale fibroso, bianco, con splendore sericeo e che dai caratteri ottici, al microscopio, si è rivelato come wollastonite.

Il blocco è ricco di geodine, in massima parte riempite da calcite con wollastonite. Presso queste geodine si concentrano di preferenza gl' individui d' idocrasio isolati od in aggruppamenti; spesso anzi si nota che tendono a formare un primo rivestimento delle pareti delle cavità geodiche, nell'interno delle quali son venuti a disporsi, in seguito, gli altri minerali. Una di queste geodi, con un primo strato esteriore d' idocrasio giallo-miele ed un altro di calcite addossato al primo, si presenta tappezzata di numerosi cristalli con *habitus* bipiramidale, bianchi, pellucidi, che richiamano un po' per la forma certe combinazioni dell' aragonite, composte d' una bipiramide acuta con un prisma verticale.

Le loro dimensioni sono variabili: alcuni raggiungono mm. 10 nel senso dell'asse d'allungamento; altri, in gruppi di numerosi individui, si limitano a pochi millimetri di massima lunghezza ed anche a qualche decimo di millimetro.

Su questi cristalli sono impiantati numerosi e fragili filamenti di un minerale amorfico, incolore, limpидissimo, che si protendono entro la cavità vuota della geode e si intrecciano ed avviluppano in vario senso, formando una caratteristica lanugine.

Il minerale in cristalli, che si presenta con individui piramidati ed aguzzi, di colore bianco-latteo, pellucidi, trattato con H_2SO_4 a caldo, rimane facilmente attaccato con svolgimento di fluoro e lascia un residuo che si mostra costituito in gran parte di SiO_2 . Nella soluzione si svela facilmente la presenza di calcio abbondante.

Un frammento di questo minerale, alla perla di sal di fosforo, svolge del gas e lascia lo scheletro di silice. Questi caratteri mostrano già chiaramente che il minerale è un silicato di calcio fluorifero; questi caratteri e la forma cristallina fanno pensare alla cuspidina di Scacchi (¹), la cui formula chimica, secondo F. Zambonini (²), può scriversi $Ca_2SiO_4 \cdot Ca_2SiO_3F_2$.

La conferma di questa diagnosi si ha dallo studio dei caratteri cristallografici, sebbene questi cristalli, poco adatti alle misure, abbiano permesso un numero molto limitato di determinazioni. Le loro facce, infatti, sono rese generalmente seabre da numerosi, piccolissimi individui di calcite e sono sempre pochissimo splendenti.

(¹) Rend. R. Accad. delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, 1876.

(²) Mineralogia Vesuviana, Napoli, 1910, 273.

Le forme osservate sono le seguenti: $u\{120\}$, $n\{111\}$, $e\{101\}$, $s\{\bar{1}21\}$, $l\{121\}$, $v\{\bar{1}11\}$, $f\{\bar{1}01\}$, delle quali $u\{120\}$ e $l\{121\}$ sono nuove per il minerale. I cristalli presentano generalmente la combinazione di tutte le forme indicate: qualche volta, però, $\{121\}$ e $\{111\}$ mancano. Le forme costantemente predominanti sono $n\{111\}$ e $v\{\bar{1}11\}$, molto sviluppate in tutti gli individui sono anche le facce di $u\{120\}$, mentre $s\{\bar{1}21\}$ e $l\{121\}$ hanno facce, per lo più, notevolmente piccole. Infine $e\{101\}$ e $f\{\bar{1}01\}$ sono del tutto subordinate e le loro faccette molto esili.

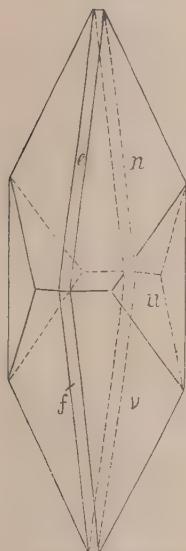


FIG. 1.

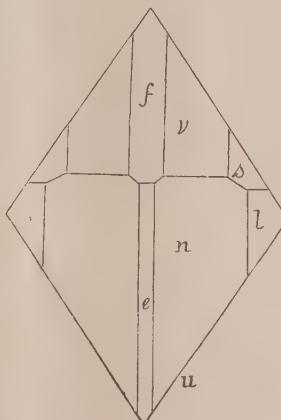


FIG. 2.

Le figure 1 e 2 rappresentano due dei cristalli studiati.

Il simbolo delle nuove forme è stato calcolato dagli angoli seguenti:

$$(120):(11\bar{1}) = 25^\circ 30' \text{ mis.} = 25^\circ 29' 10'' \text{ calc.}$$

$$(120):(1\bar{2}0) = 69^\circ 7' \quad " = 69^\circ 14' 20'' \quad "$$

$$(120):(101) = 57^\circ 40' \quad " = 57^\circ 50' 20'' \quad "$$

$$(121):(111) = 18^\circ 39' \quad " = 19^\circ 27' 10'' \quad "$$

$\{121\}$ giace, poi, nella zona $[111:1\bar{1}1]$. Per i calcoli si sono adoperate le costanti di G. vom Rath ⁽¹⁾:

$$\begin{aligned} a:b:c &= 0,7243 : 1 : 1,9342 \\ \beta &= 89^\circ 22'. \end{aligned}$$

(1) Zeitschr. f. Kryst., VIII, 1883, 38.

Tutti gli individui esaminati sono, poi, geminati secondo la legge: assi di geminazione la normale a {100}; questo fatto sfuggirebbe facilmente ad un'osservazione superficiale, essendo $\beta = 89^\circ 22'$ prossimo, quindi, a 90° ; si nota bene, però, per l'angolo che formano fra loro le facce di sfaldatura dei due individui, sfaldatura che, com'è noto, è molto netta ed avviene parallelamente a {001}. Quanto ai caratteri ottici, quelli che ho potuto determinare concordano con quelli indicati da Groth (¹) e Zambonini (²) per la cuspidina del Monte Somma; {010} è il piano degli assi ottici; l'angolo che la bisettrice acuta, positiva, forma con c in β acuto, è di circa 5° (Na); $2E$ è grande, la dispersione $\rho > v$.

La densità, determinata col metodo della sospensione, è stata trovata per vari frammenti, accuratamente scelti fra i più puri, eguale a 2,95. Questo valore si avvicina a quello della cuspidina del Monte Somma, ottenuto da F. Zambonini (³) (2,962), valore che si discosta abbastanza notevolmente da quelli più bassi trovati da A. Scacchi (⁴) (2,853-2,860), i quali, come ha già notato lo Zambonini, sono sicuramente inesatti, mentre si avvicinano, invece, a quelli più elevati comunicati da Ch. Palache (⁵) per la cuspidina di Franklin-Furnace N. J. (2,965-989).

* * *

Altro particolare notevole in questo campione di calcare metamorfosato è la presenza del minerale amorfico, impiantato nella cuspidina, di cui s'è fatto cenno avanti. Si presenta in lunghi filamenti diafani, limpidi, incolori, fragili, che si avvolgono in larghe spire, talvolta si anastomizzano, si ramificano o presentano dei bitorzoli. La loro lunghezza può raggiungere mm. 15, il diametro della sezione trasversale mm. 0,1-0,3; lo spessore però varia dando luogo a strozzature e rigonfiamenti, che conferiscono a questi filamenti un aspetto somigliante a quello di un rosario.

Al microscopio si presenta come una sostanza omogenea ed isotropa. Alcuni frammenti accuratamente scelti presentano, col metodo della sospensione, un peso specifico di 2,82.

In acido cloridrico ed acido nitrico a caldo si scioglie lentamente, senza lasciare alcun residuo; in H_2SO_4 si scioglie rapidamente e con efferveszenza, svolgendo abbondante HF; dalla soluzione, aggiungendo acqua, si separa $CaSO_4 \cdot 2H_2O$, facilmente riconoscibile al microscopio per i suoi caratteri ottici e cristallografici. Essendosi ottenuti risultati negativi nei vari saggi

(¹) *Zeitschr. f. Kryst.* VIII, 1883, 44.

(²) *Mineralogia Vesuviana*, pag. 274.

(³) Loc. cit.

(⁴) Loc. cit., 208.

(⁵) Ch. Palache, loc. cit., pag. 583.

diretti a rintracciare altri elementi con funzione basica (¹) ed essendo troppo scarsa la quantità di minerale di cui potevo disporre, si cercò di determinare quantitativamente soltanto Ca O.

Su quel po' di minerale che si potè raccogliere (gr. 0,01 circa) venne determinata la perdita per riscaldamento che, dopo una permanenza di 3 ore a 150°, salì a 3 %, e successivamente, dopo 4 ore a 700°, a 7,5 %, perdendo il 4,5 %.

La sostanza venne quindi trattata con H₂SO₄, nel quale si sciolse completamente, svolgendo abbondanti vapori fluoridrici; la soluzione venne tirata a secco ed il residuo arroventato e pesato come Ca SO₄; da esso, quindi, venne calcolato Ca O = 61,5 %. Così che i risultati ottenuti da questi saggi quantitativi darebbero

$$\begin{aligned} \text{Ca O} &= 61,5 \\ \text{Perdita a } 155^\circ &= 3,0 \\ " \quad \text{a } 700^\circ &= 4,5 \end{aligned}$$

Per maggior garanzia il sulfato di calcio, già pesato, venne ridisciolto in acqua e dalla soluzione, con ossalato ammonico, si precipitò l'ossalato di calcio; questo raccolto, calcinato e pesato diede, praticamente, la medesima quantità di Ca O, ossia 61,5 %; resta così eliminato ogni dubbio sulla purezza del medesimo.

Non essendosi potuto disporre di HF esente da Si F₄ nè del materiale occorrente per la sua preparazione, è stato impossibile servirsi dei saggi microchimici come unica prova, data l'esiguità del materiale, adatta a rintracciare Si O₂. La presenza della silice in questo minerale, sebbene molto verosimile, non può, quindi, escludersi nè ammettersi con sicurezza.

D'altra parte, il minerale studiato si distingue nettamente dalla fluorite per il peso specifico, che in quest'ultima, com'è noto, sale a 3,182, per la mancanza di ogni traccia di sfaldatura, e principalmente per la quantità di Ca (44 %) molto inferiore a quella della fluorite, la quale è del 51,15 %.

La sua composizione chimica rimane, quindi, indeterminata.

(¹) Egualmente negativi risultarono i saggi per HCl ed SO₃.

Agronomia. — Vegetazione e terreno agrario. Nota di G. DE ANGELIS D'OSSAT, presentata dal Socio R. PIROTTA.

Nel museo che dirigo ho iniziato una collezione dei terreni agrari di Italia. Ogni terreno autoctono è rappresentato da parecchi campioni che ne illustrano la genesi: la roccia madre inalterata, parecchi passaggi dalla incipiente alla progredita alterazione, lo stato frammentario sino al terreno vegetale. La piccola raccolta dimostrativa, quando è possibile, si completa con frammenti di roccia — nelle varie fasi di sfacelo — portanti le prime piante inferiori che vi attecchiscono.

La raccolta quantunque modesta pure ripromette feraci ed utili ammaccamenti, fra i quali reputo utile subito segnalare uno che riguarda molto gli studi di corologia botanica, per le quali ricerche si nota in Italia un fecondo risveglio.

Generalmente l'apprezzamento delle piante, rispetto al substrato minerale nel quale vivono, è fatto in base alla carta geologica; poichè implicitamente si ritiene che le rocce passando a terreno agrario non subiscano che modificazioni meccaniche e fisiche. Per questo motivo quasi universalmente si denominano *calcicole* le piante che prosperano sopra i monti calcarei, e *silicicole* quelle che vegetano sopra le *crete* o sopra le rocce massicce a base di silicati.

Che tale giudizio sommario possa riuscire più o meno fallace non è grave impresa dimostrare.

Pertanto devesi premettere che le carte geologiche — come generalmente si costruiscono — fanno artatamente astrazione di quel terreno agrario che i botanici geografi vi vogliono pur riconoscere. Inoltre le specificazioni geologiche mirano più a fissare i tempi di formazione che non a distinguere i tipi litologici, dei quali riportano appena determinazioni sommarie, sempre insufficienti alla bisogna.

Semplici osservazioni, accompagnate da saggi chimici e da esame litologico, ci persuadono dell'erronea interpretazione sulle piante che verdeggianno sui calcari appenninici. Infatti esse non sono *calcicole*, perchè immergono le radici nella *terra rossa*, la quale — se pura — non contiene affatto CaCO_3 . Similmente a torto si denominano *silicicole* le piante che vivono sopra le *crete*, nelle quali rinvieni sempre notevoli quantità di carbonato di calcio sino a 80 % e più (¹).

Una conferma a quanto espongo risulta dallo studio di due terreni autoctoni dei pressi di Perugia: uno deriva da un'arenaria — allo stato fresco con $\text{Ca CO}_3 = 21,62\%$ — e l'altro da un calcare argilloso con 80,30 %.

(¹) *La geologia agricola e le rocce delle provincie di Roma e Perugia*. Siena, 1901.

dello stesso sale. Tanto l'arenaria che il calcare, disfacendosi, perdono in finale tutto il carbonato di calcio ed allora alle piante compete l'aggettivo di vere *silicicole*.

Non solo le modificazioni chimiche delle rocce, nella formazione di un terreno, risultano tanto profonde da presentarci da una parte un calcare quasi totalmente composto di carbonato di calcio e dall'altra un'argilla pressochè pura; ma nascono evidentemente da *una stessa roccia* terreni pur molto diversi per caratteri meccanico-fisici. Infatti un terreno agrario che trae origine, p. es. da un massiccio granitico o da altre rocce analoghe può risultare grossolanamente *sabbioso*, sciolto e permeabilissimo, oppure *sabbioso-argilloso*, meno sciolto e semipermeabile, od infine *argilloso*, compatto impermeabile, a seconda della selezione operata dalle acque dilavatrici sui residui dello sfacelo.

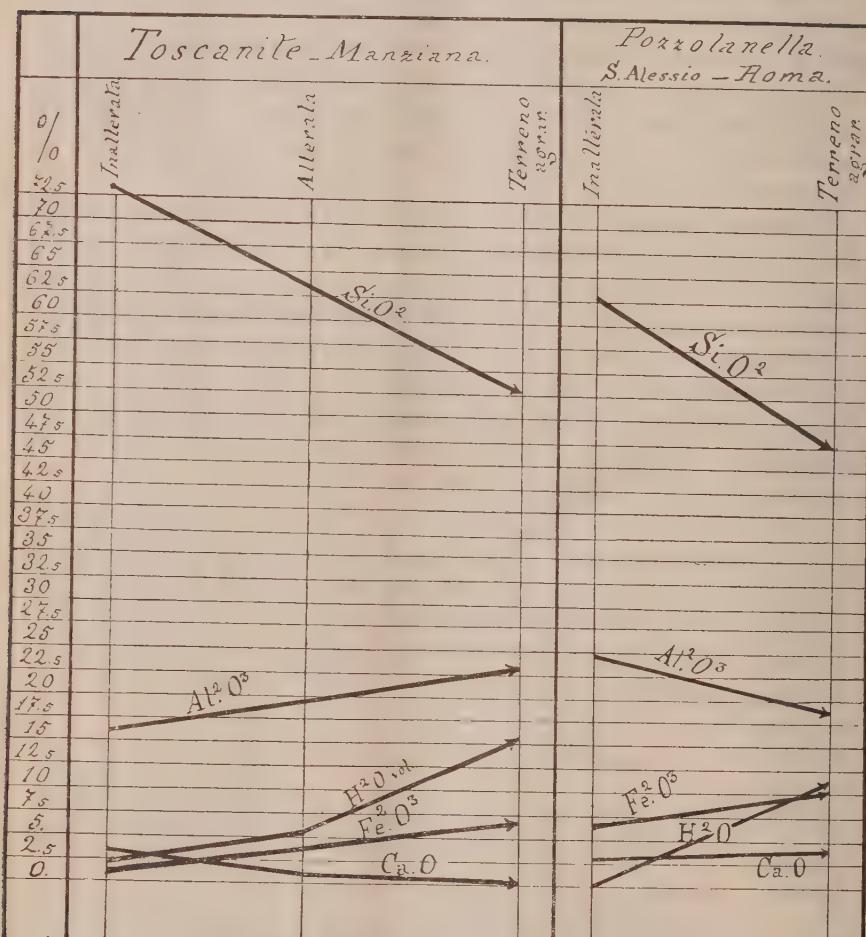
Laonde il substrato minerale delle piante non può desumersi *direttamente* nè dalle carte geologiche, nè dalle geognostiche; ma solo da apposite osservazioni. La presente conclusione non toglie affatto il grande valore che le dette carte hanno anco rispetto alla vegetazione: anzi da essa ricevono maggiore importanza. Invero, conoscendo le rocce e le complesse fasi di alterazione che portano al terreno agrario (*paragenesi*) si giunge ad abbracciare in sintesi quello che io chiamo *stato dinamico* del detrito (*terreno agrario*). Si percepisce così l'essenza del proteiforme terreno agrario, essendo nota l'origine e lo stato finale cui tende.

Mi propongo delucidare, in seguito, più diffusamente il modo personale di considerare il terreno agrario (parte minerale); allo scopo presente sono sufficienti pochi esempi — da me constatati — che esprimo schematicamente così:

ROCCIA MADRE	FASI di evoluzione	TERRENO AGRARIO (fase finale)
Calcare (Monte Affilano)	<p>— a) —</p> <p>Ca CO₃ = 99.25 % Argilla tecnica = 0,75 %</p> <p>→ 50 % (teor.) → 0 %</p> <p>→ 50 % (id.) → 100 %</p>	Argilla (Terra rossa)
Calcare (Alberese, Umbria)	<p>— b) —</p> <p>Ca CO₃ = 80.30 % Argilla tec. = 19.70 %</p> <p>→ 6.25 % → 0 %</p> <p>→ 93.75 % → 100 %</p>	Argilla
Arenaria (Macigno, Umbria)	<p>— c) —</p> <p>Ca CO₃ = 21.62 % Quarzo, feld., mica, ecc. = 78,38 %</p> <p>→ 10 % → 0 %</p> <p>→ 90 % → 100 %</p>	Sabbia poco argillosa

Dai riferiti esempi e da molti altri — che controllai con indagini litologiche e chimiche — s'inferiscono legittimamente parecchie e notevoli conclusioni, delle quali ora riporto solo quelle che consolidano la tesi assunta e cioè:

1º) I terreni autoctoni generalmente divengono pur *chimicamente* molto diversi dalle rocce che li originano.



2º) Le alterazioni che subiscono le rocce nel divenire terreno agrario tracciano traiettorie che è dato seguire, risultando così determinabili le diverse fasi evolutive.

Adunque, il substrato minerale delle piante non si può riconoscere *direttamente* dalle carte geologiche e geognostiche.

Patologia vegetale. — *Sulla presenza dei cordoni endocellulari nelle viti sane e in quelle affette da « ronchet ».* Nota preliminare della dott.^{ssa} EVA MAMELI, presentata dal Socio G. BRIOSI.

In una Nota preliminare apparsa nel 1911 e nella successiva, estesissima Memoria pubblicata nello scorso anno intorno alla malattia della vite conosciuta sotto il nome di « arricciamento » (*ronchet, court-noué, rachitismo, nanismo, ecc.*), il dott. Lionello Petri⁽¹⁾ annunciava di essere riuscito a « identificare, mediante caratteri diagnostici sicuri, i diversi e molteplici aspetti coi quali il *ronchet* o *court-noué* si presenta nelle viti innestate ».

Il carattere diagnostico sicuro sarebbe dato, secondo il Petri, dalla presenza di cordoni endocellulari (completamente simili a quelli scoperti nelle Conifere da Sanio, e in altre piante legnose da Kny, Müller, Raatz e Penzig) sia nell'epidermide dei germogli, delle foglie e delle rachidi delle infiorescenze, sia nel cambio, nella corteccia, nel legno e nel midollo dei tralci, del fusto e delle radici delle viti.

La formazione di tali cordoni rappresenta, secondo l'A. « l'indice costante dell'arricciamento: queste anomalie citologiche precedono le deformazioni degli organi aerei e costituiscono un prezioso sintomo della malattia in quei casi nei quali queste deformazioni, o sono poco palesi o ancora non si sono manifestate ». Non solo, ma « la presenza o l'assenza di cordoni endocellulari, la localizzazione loro nella marza o nel soggetto » permisero al Petri, durante il suo lungo studio sull'« arricciamento », di procedere con « sicurezza e rapidità nell'esame dei diversissimi casi » che gli si presentarono. I cordoni endocellulari sarebbero dovuti ad una anormale secrezione del citoplasma, processo che « può ben definirsi come una malattia del protoplasto delle cellule cambiali ».

L'A., inoltre, riuscì a produrre sperimentalmente i cordoni endocellulari in tralci di viti sane sottoponendoli ad abbassamenti di temperatura, onde concluse essere l'azione del freddo necessaria per la formazione dei cordoni, pur non producendo direttamente il rachitismo dei germogli.

La presenza dei cordoni endocellulari, sia nelle viti americane, franche o innestate, sia nelle viti nostrane (più resistenti al male) conduce il Petri alla conclusione che « la formazione dei cordoni endocellulari non può essere

⁽¹⁾ Petri L., *Ricerche istologiche sopra le viti affette da rachitismo* (Rend. Acc. Lincei, XX, 185), 1911.

L. Petri, *Ricerche sulle cause dei deperimenti delle viti in Sicilia. I. Contributo allo studio dell'azione degli abbassamenti di temperatura sulle viti in rapporto all'arricciamento* (Memorie della R. Staz. di patologia vegetale, pagg. 1 a 212), Roma, 1912.

« riguardata come un fenomeno secondario, quasi fortuito, quindi anche incostante, dovuto all'influenza di particolari condizioni locali; il fatto di averne constatata la presenza in varietà di viti diverse coltivate in luoghi tanto distanti come la Sicilia, la Francia e l'Austria, dimostra a sufficienza che si tratta di un carattere strettamente collegato alle cause stesse della malattia ».

Queste deduzioni sarebbero avvalorate dalle osservazioni anatomiche fatte dall'autore nelle viti sane e in quelle colpite da altre forme di rachitismo.

Nelle viti sane, sia americane che nostrane, sia franche che innestate, l'autore non trovò mai la presenza di cordoni endocellulari. Due soli cordoni brevissimi egli dice di aver trovato in due esemplari di Catanese sanissimi all'apparenza, ma dubita si trattasse di un principio della malattia dello « arricciamento »; e conclude che « la vite, nelle sue condizioni normali di vegetazione non dà origine a cordoni endocellulari ». Questi rappresenterebbero dunque « il primo e più saliente sintomo dell' « arricciamento », cioè dell'alterata attività formatrice dei meristemi »; perciò, dice l'A., è precauzione indispensabile, prima di riprodurre per talee una vite, quella di esaminare se il suo fusto, le sue foglie, le sue radici, non siano inquinate dalla presenza di questi rivelatori della malattia. Senza di che, afferma il Petri, si farà, come si è fatta finora « in modo del tutto involontario, una larga moltiplicazione e distribuzione di legno, dirò così, ammalato ».

* * *

L' « arricciamento » della vite è, com'è noto, malattia assai più diffusa nell'Italia meridionale che nell'Italia settentrionale. Specialmente in Sicilia infierisce da tempo arrecando gravi danni, e da un pezzo essa è oggetto di studio da parte di numerosi autori.

In Lombardia sono rari e limitati i casi di « arricciamento » nelle viti. Uno dei più noti è quello dato dalla varietà *Barbéra* (*Barbéra riccia*), che anche qui da noi a Mairano (colline di Casteggio) presenta da circa 30 anni alcuni filari poco discosti l'uno dall'altro, affetti da « arricciamento » che pare stazionario.

La ricerca dei cordoni endocellulari nei tralci di *Barbera* affetta da « arricciamento » mi diede risultato positivo. Ma con mia grande sorpresa constatai la presenza di cordoni perfettamente simili e non meno numerosi anche in viti della stessa varietà perfettamente immuni dal male. Presa dal dubbio che trattandosi di piante appartenenti ad una varietà colpita in alcuni punti del vigneto dall' « arricciamento » e coltivate nella stessa vigna (per quanto in filari apparentemente sanissimi e dei più vigorosi, assai distanti da quelli ammalati) la presenza dei cordoni potesse essere indizio di malattia incipiente, volli eseguire analoghe ricerche anche in viti coltivate in luoghi molto distanti dai vigneti di Mairano. L'orto botanico e diversi

vigneti e giardini di Pavia mi offrirono abbondante materiale proveniente da viti rigogliosissime e immuni da qualsiasi malattia. Inoltre viti sane e viti affette da *roncet* mi vennero spedite da Acqui, da Brescia e dalla Sicilia.

Anche queste ricerche diedero spesso risultati positivi, e, per quanto, allo stato attuale delle mie osservazioni, il numero dei casi studiati non sia molto grande, pure l'aspetto di tali cordoni, la loro frequenza e la facilità con cui mi fu dato trovarli nel materiale sano, mi permettono di concludere sin d'ora che la presenza di cordoni endocellulari nei tralci delle viti non è « in stretta correlazione con un manifesto stato di malattia » della pianta.

Io trovai infatti nelle viti sane cordoni endocellulari attraversanti persino 12-14 cellule, constatai frequente il caso di doppi, tripli cordoni attraversanti da 2 a 5 cellule, e potei annoverare in uno stesso internodio sino a 200 cordoni endocellulari, il maggior numero dei quali attraversava 1-2 cellule.

Riguardo alla grossezza ed all'aspetto di tali formazioni endocellulari, non ho constatato finora differenze apprezzabili fra quelle appartenenti alle viti sane e quelle trovate nelle viti affette da « arricciamento ».

I casi da me studiati si riferiscono a viti sia americane che nostrane; i cordoni endocellulari vennero cercati nell'epidermide delle foglie e dei tralci di uno e di due anni, e nel midollo delle rachidi e degli internodi, specialmente di quelli basali, ove secondo il Petri, è più facile riscontrarli.

Nell'epidermide, sia delle viti sane che di quelle ammalate, le ricerche mi diedero sempre risultato negativo; positive furono, nel maggior numero dei casi, quelle fatte sul midollo.

Riporterò brevemente i risultati positivi e negativi ottenuti finora dalle mie ricerche.

Viti ammalate. — I cordoni endocellulari furono trovati nel midollo degli internodii basali delle seguenti varietà affette da « arricciamento »: *Rupestris du Lot* proveniente da Spadafora (Messina); *Rupestris* proveniente da Ventimiglia; *Rupestris* da Palermo; *Barbera riccia* da Mairano (Casteggio), *Dolcetto* da Acqui. Non vennero trovati in una *Berlandieri* × *Riparia* 420 A proveniente da Spadafora (Messina), pure affetta da « arricciamento », nè, per quante ricerche abbia fatte, mi fu dato di trovarli in tralci appartenenti a due piante di *Dolcetto* affette da *roncet*, provenienti da Acqui. Risultato egualmente negativo diede la ricerca dei cordoni in viti affette da *antracnosi*, da *gommosi* e da *mal nero*.

Viti sane. — I cordoni endocellulari furono trovati in tutte le viti, non solo sane, ma rigogliose, da me esaminate, fuorchè in una *Riparia* × *Rupestris*, coltivata in serra nell'orto botanico di Pavia. In alcuni casi la lunghezza di tali cordoni e la frequenza loro in uno stesso internodio sono veramente notevoli (¹).

(¹) Tanto più notevoli poi se si pensi a quanti cordoni endocellulari possono essere sfuggiti all'osservazione!

I. *Barbera da Mairano* (Casteggio). — Su 5 internodi basali sezionati, 3 rivelarono la presenza dei cordoni, con un totale di 4 cordoni endocellulari attraversanti una cellula, del tutto simili a quelli delle viti affette da « arricciamento ». Gli internodi basali in cui tali cordoni vennero trovati erano brevissimi (lungh. mm. 5-10) ma robusti e quelli immediatamente superiori erano perfettamente normali (lungh. 3-6 cm.).

II. *Vitis heterophylla* dell'orto botanico di Pavia. — In un internodio basale cortissimo e rigonfio trovai un cordone attraversante una cellula.

III. *Luglienga* dal giardino degli Istituti biologici (Pavia). Esaminai solo 4 internodi basali ed in tutti trovai i cordoni endocellulari, numerosissimi. Contai 145 cordoni semplici e 8 doppi attraversanti 1-5 cellule.

IV. *Luglienga* dal giardino Maffei (Pavia). Sopra 6 internodi basali sezionati, 5 diedero risultato positivo, con un totale di 45 cordoni endocellulari attraversanti 1-8 cellule. Il più lungo di tali cordoni misurava μ 266,4.

V. *Isabella* dal podere Malpaga (Zerbolo). — Nei primi due internodi basali sezionati non trovai alcun cordone endocellulare. Ne trovai invece in altri due internodi basali ed in un internodio superiore. Totale 7 cordoni attraversanti da 1 a 4 cellule. I tralci esaminati appartenevano alcuni alle parti alte della pianta, altri alle parti basse.

VI. *Moscato nero* dal podere Malpaga (Zerbolo). — In un internodio basale non trovai alcun cordone; ne trovai invece frequenti, e alcuni assai grossi, nell'internodio immediatamente superiore, che era lungo 2 cm.

VII. *Settembrina* dal giardino degli istituti biologici (Pavia). Il midollo degli internodi di questa varietà appare addirittura gremito di cordoni endocellulari, sia negli internodi basali che in quelli immediatamente superiori ad essi. Potei contare circa 200 fra semplici, doppi e tripli: numerosissimi fra essi quelli attraversanti 1-3 cellule, frequenti quelli appartenenti a 4-8 cellule. Alcuni, assai lunghi, attraversano 11-14 cellule, e la lunghezza loro varia da 444 a 455 μ : questi cordoni sono spesso, per un bel tratto, fiancheggiati da cordoni più brevi.

I tralci esaminati vennero staccati alcuni dalle parti basse della pianta, altri dalle parti alte: i cordoni endocellulari erano presenti anche nelle rachidi delle infiorescenze.

VIII. *Pizzutello*, dal giardino degli Istituti biologici (Pavia). — Anche in questa varietà trovai numerosi cordoni, e non solo in parecchi tralci di un anno, ma anche in un tralcio (basso) di due anni.

IX. *Rossetta* dal podere Malpaga (Zerbolo).

X. *Croatina da Verretto* (Pavia).

XI. *Dolcetto* da Acqui. — A proposito di questa varietà è strano il fatto che, mentre trovai facilmente i cordoni endocellulari in una pianta sana, non mi fu possibile riscontrarne alcuno nei tralci di due viti affette

da *roncet* (come già dissi), e solo dopo molte ricerche ne trovai uno in una terza pianta, pure affetta da arricciamento.

XII. *Schiava* da Brescia. -- Rari cordoni endocellulari nel picciuolo di una foglia.

XIII. *Rupestris du Lot* e *Berlandieri X Riparia* 420 A da Noto.

* * *

In generale gli internodi basali sezionati erano brevi (5-20 mm.), ma robusti, ed è notevole il fatto che i casi negativi vennero presentati in generale da internodi basali che oltrepassavano i due centimetri di lunghezza. Se si tratti di un puro caso o se veramente la presenza dei cordoni endocellulari sia legata alla brevità degli internodi (gracili o robusti), diranno ulteriori osservazioni estese a un maggior numero di tralci.

È da notare inoltre che numerosi cordoni endocellulari mi venne dato di trovare anche in alcuni internodi superiori mentre il Petri afferma che « nei tralci verdi o legnosi, i cordoni endocellulari si formano costantemente « negli internodi basali; solo in piante ammalate da molto tempo queste « anomalie si possono trovare negli internodi superiori ».

Di più, l'aver trovato numerosi cordoni endocellulari anche nei tralci bassi di viti sane contraddice l'affermazione del Petri che: « quando la formazione dei cordoni avviene contemporaneamente nella parte alta e in quella bassa della pianta il deperimento è più repentino e più grave ».

CONCLUSIONI.

1.º La presenza dei cordoni endocellulari, che il Petri addita quale « indice costante » della malattia dell' « arricciamento » (*roncet, court-noué, rachilismo, nanismo, ecc.*) non costituisce, come egli sostiene « un carattere strettamente collegato alle cause stesse della malattia ». Esso è invece un fatto frequente anche nelle viti sane, come del resto lo è nelle Conifere ed in altre piante, studiate da tempo dal Sanio, dal Müller, dal Penzig, ecc.

2.º I cordoni endocellulari vennero da me trovati in viti sane, sia americane che nostrane, per quanto, secondo il Petri « le viti nostrane (ammalate) sono molto più resistenti alle condizioni esterne che determinano una predisposizione a risentire gli effetti della causa che direttamente provoca la formazione dei cordoni ».

3.º Nelle viti sane i cordoni endocellulari possono trovarsi sia nelle parti alte che nelle parti basse della pianta, sia negli internodi basali che in quelli superiori, fatti questi che invece, secondo il Petri sarebbero indizio di uno stadio avanzato della malattia dell' « arricciamento ».

Ghimica. — *L'alcool dal frutto di Arbutus Unedo (ellerone)* (¹). Nota di GIOVANNI SANI, presentata dal Socio G. KOERNER.

Lo studio della maturanza del frutto di *Arbutus Unedo* che presenta fatti e caratteristiche veramente interessanti dal punto di vista chimico-fisiologico e di cui avrà l'onore di riferire a parte a codesta illustre Accademia, mi ha portato ad occuparmi anche della sua utilizzazione industriale sulla quale si hanno notizie scarse e poco esatte.

Forse poche piante boschive potrebbero dare una rendita tanto grande come questa e tanto costante: ma purtroppo se ne fa uno strazio inconsulto, non ne è razionalmente sorvegliata né la coltura, né il taglio, e non si pensa a favorire la lavorazione delle sue bacche zuccherine come si dovrebbe.

Basta sapere che l'analisi dei frutti ben maturati mi ha dato un tenore zuccherino medio dal 1905 a quest'anno di 18,83 %, per comprendere che questa pianta meriterebbe di essere meglio curata e meglio utilizzata.

Il 5 dicembre 1905, nell'intento di vedere come andassero le cose nella fermentazione dei frutti di ellerone, ne ho fatto mostare e ho posto entro un tino nuovo Kg. 150. Iniziata la fermentazione il giorno 7, dopo 36 ore ho constatato che la forma di *Saccaromyces* predominante è l'*elipsoideus* con qualche *apiculatus*. Il giorno 8 ancora *S. elipsoideus*, e così il 9, il 10, l'11, il 12, la fermentazione procede regolarmente sempre con l'istessa forma che non muta più. Il Martinaud e il Riessch hanno constatato (²) che nella fermentazione vinosa si verifica precisamente il contrario; per le prime 48 ore si hanno solo *S. apiculatus*, che cedono poi il posto ai *S. elipsoideus*, i quali guidano e terminano la fermentazione.

Il 22 gennaio a fermentazione completa venne determinata la quantità di alcool nel liquido spremuto dalla massa e si ebbero gradi 10,5, la temperatura era 10 centigradi, l'estratto 68,29.

Il 2 marzo sottoposto a distillazione con vapore il prodotto di fermentazione, ottenni un distillato di gratissimo profumo e di sapore delicato che ricorda, concentrati, quelli del frutto: e che per nuova distillazione mi ha dato una grappa che invecchiando si è affinata molto a detta di intenditori.

In questo anno ho fatto fermentare molti quintali di questi frutti tenendo separate le partite di varia provenienza e ottenendo vini con 9,15,

(¹) Lavoro eseguito nel Laboratorio chimico agrario del R. Istituto superiore di Perugia.

(²) Compt. Rend., 1801, t. CXII, pp. 736-738.

9,25, 9,75 % di alcool, avendo per mira specialmente lo scopo di separare e studiare i prodotti di testa dell'alcool che si ottiene, pel profumo diversissimo che hanno in confronto di quelli ottenuti dalla fermentazione delle altre frutta; di ciò mi sto occupando.

Di uno dei vini ottenuti per torchiatura della massa fermentata dò la composizione:

Peso specifico	1,030
Alcool	9,15
Acidità totale.	14,1
Bitartrato	3,96
Acido tartrico.	0,06
Acidità volatile	0,55
Tannino.	0,781
Estratto secco	102,20

Naturalmente nell'industria non conviene separare il liquido dalla parte solida, ma sottoporre la massa come tale a distillazione con vapore per averne prodotti fini, profumati e susseguente rettificazione parziale se si vuole buona grappa a 50°, che può essere ulteriormente rettificata per averne ottimo alcool, separando opportunamente i prodotti di testa e di coda.

Io, con un piccolo vetrificatore, ho ottenuto direttamente in piccole proporzioni alcool a 85° che senza alcun trattamento è ottimo per profumo e per gusto e dal quale si potrebbe agevolmente avere alcool a 96°. Su questo materiale ho compiuto alcuni saggi che trascrivo:

Acidità (in acido acetico).	gr. 0,132 per litro
Eteri (espressi in etere etilacetico)	" 1,757 "
Furfurol (con acetato di anilina e con flornglucina)	presente
	ma non determinabile ponderalmente.
Alcool metilico (metodo Denigès)	presente
Acido cianidrico libero.	niente
Acido cianidrico combinato	niente
Fuseloil (metodo Röse, aumento di volume, differenza dall'alcool puro gr. 0,35)	gr. 2,321 per litro calcolato colle tavole di Sell

La quantità limitata delle impurezze e le qualità organolettiche di questo prodotto sono garanzia che la sua preparazione su vasta scala si presenta sotto i migliori auspici.

Mi occupo frattanto dei prodotti di testa che si separano da questo alcool facilmente.

Astro-Fisica. — *Spettro della cometa 1911f.* Nota di GIOVANNI ZAPPA, presentata dal Socio E. MILLOSEVICH.

La cometa 1911 / fu scoperta da Quénisset a Juvisy (Oss. Flammarion) il 23 settembre 1911, come un astro di grandezza 6.5 e quasi visibile ad occhio nudo. Non ostante la relativa debolezza dell'astro, sorse in me, allora astronomo aggiunto all'osservatorio di Catania, il desiderio di fotografarne lo spettro con il prisma oggettivo di Schaer descritto più volte nelle pubblicazioni dell'Osservatorio (Mem. Spettr., vol. XXXV, pag. 108), costruito in *flint* pesante $d = 3,979$ con l'angolo rifrangente di 20° , del diametro di 12 cm., con un angolo di deviazione di 14° , messo davanti alla camera fotografica con obbiettivo di Zeiss: un Petzval (Rend. Lincei, XIX, pag. 261). Però, solo un mese dopo le fotografie furono eseguite, perchè camera e montatura del prisma erano allora in riparazione, per modificazioni che mi era parso utile di introdurre per le osservazioni che mi ero proposto di fare, e che purtroppo rimasero poi interrotte.

Le lastre ordinate, e di più specie se ne erano domandate per ottenere l'ortocromatismo con uniformità di intensità fotografica delle diverse radiazioni, non erano giunte; cosicchè fu gioco-forza accontentarsi delle violette di Lumière e delle isocromatiche di Wellington. La cometa nel frattempo, se non aveva perduto di splendore quasi nulla, si era andata assai avvicinando al sole, cosicchè i tempi di posa non potevano esser lunghi, e, di più l'astro era basso, e prossimo all'edificio dell'ospedale di Catania che a ponente chiude l'orizzonte del cannocchiale fotografico su cui la camera col prisma era montata: e da ultimo la luna si accostava alla cometa, e cresceva di fase. In tali condizioni di cose poterono esser ottenute solamente tre fotografie:

il 1911, ottobre 23: lastra isocromatica con 30 ^m di posa	1);
il 1911, ottobre 24: lastra isocromatica con 80 ^m di posa	2);
il 1911, ottobre 25: lastra Lumière violetta con 80 ^m di posa	3);

È da notare che nella camera la lastra era perpendicolare ⁽¹⁾ all'asse ottico e non inclinata in modo da avere in fuoco una regione possibilmente grande dello spettro: ma a voler ottener questo, avremmo perduto l'opportunità di fotografare la cometa.

(¹) Per mettere la lastra perpendicolare all'asse ottico nelle camere a corto fuoco con l'oggettivo formato da più di una coppia di lenti, quando si voglia usare il bel metodo della coincidenza dell'immagine diretta con l'immagine riflessa attraverso l'oggettivo, su uno specchio messo nel piano focale, si riesce bene nell'intento usando il cannocchialino che serve per la centratura, invece di usare l'occhio nudo.

Sulla prima lastra non si è trovata nessuna traccia dello spettro della cometa; sulla seconda si hanno sei condensazioni: delle quali, due nettamente visibili, due mal visibili, e due più sospette che vedute. Sulla terza si ha uno spettro veramente buono.

Per la sensibilità delle lastre è da dire che le Lumière hanno dato per le stelle gli spettri stellari lunghi mm. 6.5 e abbracciati da $\lambda = 0.38 \mu$ a $\lambda = 0.51 \mu$.

L'intensità degli spettri è abbastanza uniforme: diminuisce verso le estremità lentamente per le onde corte, rapidamente per le lunghe. Con l'abbassarsi delle stelle sull'orizzonte lo spettro si viene accorciando, e si accorcia di più dalla parte dell'U. V.

Le lastre Wellington hanno dato spettri lunghi nove centimetri, con un massimo primario tra la $H\beta$ e la $H\gamma$, un minimo tra la $H\gamma$ e $\lambda = 0.535 \mu$ e un massimo di qui alla fine dello spettro, cioè alla riga D: la differenza tra massimo e minimo è notevole.

Data la relativa debolezza della cometa, fu tenuta quasi immobile questa nel campo e si sono ottenute delle fascie per le stelle; ma, siccome in una delle coordinate (la δ) la correzione veniva fatta sol quando lo spostamento era divenuto notevole, lo spettro della cometa è un pochino allargato nella sua parte lineare della lastra 3): è di $1/5$ a $1/4$ di mm. mentre per le stelle è di $2/3$ di mm.

Lo sviluppo delle lastre venne fatto col metolo-idrochinone, quale viene preparato per le lastre della carta del cielo.

La misura delle lastre venne fatta solo recentemente, per ragioni di malattia, e per esse devo esser grato al prof. Riccò che mi ha mandato le lastre da Catania a Capodimonte, e al prof. Cantone che mi ha dato ospitalità nel suo gabinetto ed ha messo a mia disposizione un microscopio adatto.

Questo microscopio venne usato con l'ingrandimento minore, pari a 15 volte; esso poi ha una vite micrometrica con mm. 0.5 di passo, e un tamburo diviso in 50 parti: cosicchè per stima si avevano i μ .

Misure e descrizione dello spettro della lastra 3).

Lo spettro della cometa appare continuo con nodi di luce e strisce che verremo dicendo; è nitidissimo e di posa giusta, cioè con annerimenti abbastanza intensi, ma senza sovraesposizioni; è più breve della lunghezza degli spettri stellari data sopra. Si è già detto come gli spettri stellari si andassero accorciando per l'assorbimento atmosferico durante la posa per l'abbassarsi degli astri: la lunghezza data sopra per le stelle è la massima; la lunghezza dello spettro cometario è vicina alla minima.

Le apparenze dello spettro quali appaiono in parte dal disegno, sono, a partire dall'estremo meno rifrangibile:

a)	a mm. 16.518 comincia la penombra di	}	un grosso nodo di luce che appare come l'immagine della cometa (testa con condensazione centrale) (A).
b)	" 16.418 comincia l'ombra di		
c)	" 16.292 si ha il massimo di		
d)	" 16.107 termina		
e)	" 15.59 comincia	}	una striscia (B).
f)	" 15.478 si ha un nodo di luce piccolo di		
g)	" 15.078 si ha il massimo di		
h)	" 14.915 si ha un piccolo nodo di luce di		
i)	" 14.442 finisce		
j)	" 14.310 si ha un minimo di annerimento dello spettro, e subito si ha il principio	}	di un nodo di luce (C).
m)	" 14.108 si ha il massimo		
n)	" 13.929 si ha un minimo di annerimento dello spettro e la fine e il principio		
o)	" 13.623 si ha un piccolo nodo di	}	una striscia (D).
p)	" 13.299 si ha un piccolo nodo di		
q)	" 13.070 si ha la fine di		
r)	" 12.811 comincia la penombra	}	un grosso nodo di luce fatto a pera, con il gambo verso 12.8 (E).
s)	" 12.548 comincia l'ombra I		
t)	" 12.375 comincia l'ombra II		
u)	" 12.055 si ha il massimo		
v)	" 11.695 si ha la fine dell'ombra II		
x)	" 11.58 si ha la fine dell'ombra I e penombra di	}	e termina
y)	" 11.58 stesso, comincia una linea che si ingrossa un poco all'estremità		
z)	" 10.80.		

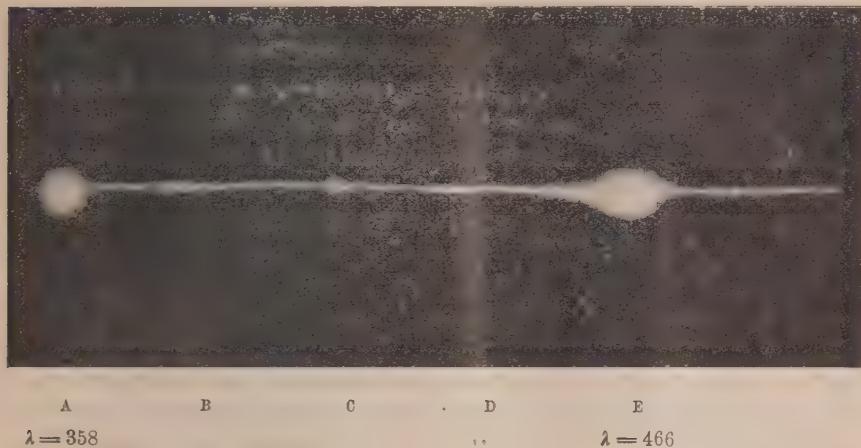
Qui è da notare che le misure sono la media di due determinazioni, e sono date in millesimi di millimetro quelle per le quali le due misure differiscono, al massimo, di 0^{mm}.025.

È altresì da notare che si usa il nome di *nodo* per gli annerimenti che hanno le due dimensioni quasi della stessa grandezza, e grandi quasi come la larghezza delle striscie; il nome di *striscie* per indicare annerimenti larghi poco più dello spettro continuo ma notevolmente più lunghi; il nome di *nodi* per indicare annerimenti con le due dimensioni poco diverse, ma notevolmente maggiori dello spettro continuo. Il nodo E andrebbe con queste convenzioni indicato piuttosto come striscia-nodo. La figura degli elementi principali di questo spettro appare dalla unita incisione, ottenuta da un disegno a carbone ricavato copiando dalla negativa, ma invertendo le tinte.

Misure e descrizione dello spettro della lastra 2).

Come sopra si è detto, non vi è traccia di spettro continuo, ma vi sono sei nodi di cui si sono dati i caratteri sopra: due si identificano con A

e con E, e sono nettamente visibili, e il secondo è più nero del primo; i due che appena si sospettano sono compresi tra questi; due abbastanza bene visibili sono al di là di E. Nessuno di essi, tranne forse E, resiste allo ingrandimento del microscopio usato: ed allora con il balaustriño ed una divisione millimetrata usata come nonio vengono determinate le sole posi-



SPETTRO DELLA COMETA QUÉNISSET.

zioni dei due nodi oltre E (regione gialla) che non sono nella lastra 3), rispetto ad A e E, e si ottiene

$$\begin{aligned} A &= \text{mm. } 6.7 \\ E &= \text{mm. } 2.4 \\ E_1 &= \text{mm. } 1.0 \\ E_2 &= \quad 0.0 \end{aligned}$$

Le lunghezze d'onda corrispondenti ai diversi nodi.

Per determinare le lunghezze d'onda, una volta che non si poteva disporre di un vero e proprio spettro di comparazione, venne preso, sulla lastra 3), da una parte lo spettro della *i Serpentis*, stella prossima alla cometa (distanza sulla lastra: poco più di 1 cm), molto nitido: e come punto di partenza sullo spettro della cometa il nodo A che senza nessun dubbio appartiene al cianogeno e corrisponde al gruppo di bande da $\lambda = 386$ a $\lambda = 388 \mu$.

Lo spettro di *i Serpentis* è molto nitido, paragonabile, in nitidezza, con quello della cometa; presenta sette righe. Poichè la stella appartiene alla classe Ia2 di Vogel, certamente dette righe appartengono all'idrogeno,

meno forse una che potrebbe esser del calcio. [Nella « Untersuchungen über die Spectra von 528 Sternen », di Vogel e Wilsing, vol. 12 delle « Public. des A. O. zu Potsdam », del suo spettro (n. 329) è detto: la linea κ è larga, ma con limiti netti e poco più piccola delle linee dell' H.

Le linee della stella sono misurabili con molta precisione: due serie di misure, di due misure ciascuna, hanno differenze al massimo di 9μ . La posizione di esse è risultata:

mm.	0.000	1)
"	2.079	2)
"	3.399	3)
"	4.262	4)
"	4.845	5)
"	5.243	6)
"	5.558	7).

La prima linea è senza nessun dubbio la $H_\beta = F$, la seconda la H_γ , la terza la H_δ e la quarta la H_ε ; la quinta dovrebbe essere la H_η ma potrebbe essere anche la K: se non che nello spettro presenta tutta l'apparenza di essere H_η perchè non ben definita, e larga. L'identificazione delle linee fu fatta partendo dalle

$$1) = H_\beta \quad 2) = H_\gamma \quad 4) = H_\varepsilon,$$

prendendo per

$$\begin{aligned} H_\beta & \quad \lambda = 0,486 \mu \\ H_\delta & \quad \lambda = 0,410 \mu \\ H_\varepsilon & \quad \lambda = 0,397 \mu \end{aligned}$$

e con la formula di Hartmann

$$(\lambda - \lambda_0)(s + s_0) = c_0$$

dove s è l'indicazione strumentale (millimetri, nel nostro caso); λ_0, s_0, c_0 sono costanti da determinare [*« Publik. des Astroph. Observ. zu Potsdam », n. 42. Ueber eine einfache Interpolationsformel für das prismatische Spectrum von J. Hartmann »*]; λ_0, s_0, c_0 vennero determinate con le righe date sopra: essendo

$$\begin{aligned} s \text{ per } H_\beta &= 0.00 \\ " \quad H_\delta &= 3.40 \\ " \quad H_\varepsilon &= 4.26, \end{aligned}$$

si ottenne

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 0.210 \\ s_0 &= 8.94 \\ c_0 &= 2.468; \end{aligned}$$

e successivamente si ottennero le lunghezze d'onda

per 3) μ 0.434 mentre si ha $\mu = 0.434$ per H_γ
" 5) μ 0.389 " $\mu = 0.389$ " H_ϵ
" 6) μ 0.384 " $\mu = 0.384$ " H_η
" 7) μ 0.380 " $\mu = 0.380$ " H_δ .

L'identificazione delle righe è indubbia; ed appare notevole la precisione dei piccoli spettri del prisma oggettivo, e tale da determinare le lunghezze d'onda delle righe con l'errore di poche U. A. Noi abbiamo sopra trascurato la cifra dei μ nelle distanze, che pure non è immaginaria, ed abbiamo ottenuto l'accordo rigoroso della cifra dei $\mu\mu$ pur calcolando le tre costanti di Hartmann con tre sole equazioni.

Il massimo del nodo A, al quale abbiamo attribuito la lunghezza di onda 388, ci ha dato il nuovo s_0 ; o la nuova posizione dello zero. Questa risultò a 11.365.

Ed allora si ha lo spettro della cometa:

Spettro continuo da $\lambda = 385$ a $\lambda = 500$.

Un grosso nodo di luce con immagine di tutta la testa col massimo a $\lambda = 388 \mu$, da $\lambda = 385$ - 386 a 390μ (A).

Una striscia da $\lambda = 398 \mu\mu$, a $416 \mu\mu$, con due nodi secondari, a $\lambda = 399 \mu\mu$, $\lambda = 408 \mu\mu$, ed il massimo a $\lambda = 405 \mu\mu$ (B).

Un nodo di luce da $\lambda = 418 \mu\mu$ a $\lambda = 425 \mu\mu$ con il massimo a $\lambda = 421 \mu\mu$ (C).

Una striscia da $\lambda = 425 \mu\mu$ a $\lambda = 443 \mu\mu$ con due nodi secondari a $\lambda = 430 \mu\mu$ e $\lambda = 437 \mu\mu$ (D).

Un nodo di luce da $\lambda = 448 (r)$ $454 (s)$ $458 (t) \mu\mu$ a $\lambda = 476 (v)$ e $\lambda = 480 (x) \mu\mu$ con il massimo a $\lambda = 466 \mu\mu$ (E) (nodo a pera).

Un nodo di luce a $\lambda = 510 \mu\mu$ (E_1) (lastre isocromatiche).

Un nodo di luce a $\lambda = 551 \mu\mu$ (E_2) (lastre isocromatiche).

Confronti con lo spettro del cianogeno.

Nello spettro del cianogeno limitato alla zona fotografata si hanno i seguenti gruppi di bande:

- 1° gruppo, da 450 a 460 $\mu\mu$;
- 2° gruppo, da 417 a 422 $\mu\mu$;
- 3° gruppo, da 386 a 388 $\mu\mu$.

Ora al 1° gruppo deve corrispondere una parte del nodo fatto a pera (E) che comincia a 448, ha un annerimento più intenso a 454 ed un'altra variazione di intensità a 458, che è appunto la regione del 1° gruppo.

Il secondo gruppo coincide con il nodo di luce di mezzo, detto (C).

Il terzo gruppo coincide con il primo grosso nodo (A).

La cometa dunque conteneva cianogeno: e, data la forma del nodo (A), questo era diffuso nella testa; e le bande del cianogeno sono le più evidenti.

Confronti con lo spettro del carbonio (spettro di Swann).

Nella regione fotografata lo spettro del carbone ha i seguenti gruppi di bande:

- un 1° gruppo a $\lambda = 431 \mu\mu$;
- un 2° gruppo da $\lambda = 437 \mu\mu$ a $\lambda = 438 \mu\mu$;
- un 3° gruppo da $\lambda = 468$ a $474 \mu\mu$;
- un 4° gruppo da $\lambda = 510$ a $516 \mu\mu$;
- un 5° gruppo da $\lambda = 547$ a $563 \mu\mu$.

Tutti e cinque sono visibili nel nostro spettro. I primi due corrispondono ai due nodi della striscia D. Il terzo costituisce la seconda e più intensa parte del nodo a pèra E (che avrebbe questa forma per la fusione di due nodi di diverso diametro che si sovrappongono in parte o si toccano). Il gruppo 4° e il 5° corrispondono alle due immagini della lastra isocromatica; il 4° corrisponde anche all'ingrossamento terminale dello spettro della lastra S).

Carbone dunque vi era nella cometa.

Resta non identificata la zona (B) con due nodi secondari a $\lambda = 399$ e 408 ed il massimo a $\lambda = 405 \mu\mu$; bande che si presentarono anche nella cometa Morehouse.

Sarebbe stato molto desiderabile che avessimo potuto ottenere altre fotografie di questa cometa, così da confermare da una parte i risultati ora ottenuti, e d'altra parte da permettere una più rigorosa determinazione delle lunghezze d'onda (determinazione che la camera col prisma di Catania permetterebbe; specialmente quando le lastre venissero misurate con un ingrandimento un po' minore). Ma le due lastre utili delle nostre tre hanno permesso di giungere a qualche conclusione che importa, perchè dello spettro di questa cometa erano state solamente identificate la banda bleu dello spettro di Swann e quella del cianogeno a $\lambda = 388,4 \mu\mu$ su una fotografia ottenuta con la camera col prisma a Juvisy, e le tre bande, bleu verde e gialla, dello spettro di Swann visualmente ad ò-Gyalla.

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

CERLETTI. — *Sulla struttura della nevrogliia.* Pres. dal Socio B. GRASSI.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Corrisp. REINA fa omaggio di una copia degli « Atti » del Congresso tenuto l'anno scorso in Genova dalla Società italiana per il progresso delle scienze, dando notizia degli argomenti che nel volume trovansi trattati.

CORRISPONDENZA

Il Presidente BLASERNA comunica una lettera colla quale il prof. FEDERICO SODDY ringrazia l'Accademia pel conferimento del premio « Cannizzaro ». E presenta una copia di una medaglia coniata in onore del Socio senatore prof. L. LUCIANI.

E. M.

